

## ФИНАНСЫ

# Особенности конструирования портфеля финансовых инструментов на основе оценки бета-коэффициентов

## Features of Designing a Portfolio of Financial Instruments Based on the Evaluation of Beta-Coefficients

DOI 10.12737/2587-9111-2024-12-1-28-35

Получено: 21 декабря 2023 г. / Одобрено: 15 января 2024 г. / Опубликовано: 26 февраля 2024 г.

**Власов Д.А.**

Канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры математических методов в экономике, ФГБОУ ВО «Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова»; доцент департамента математики ФГБОУ ВО «Финансовый университет при Правительстве РФ», г. Москва

**Vlasov D.A.**

Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Mathematical Methods in Economics, Plekhanov Russian University of Economics; Associate Professor, Department of Mathematics, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow

**Синчуков А.В.**

Канд. пед. наук, доцент департамента математики ФГБОУ ВО «Финансовый университет при Правительстве РФ»; доцент кафедры математического моделирования и информационных технологий ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов им. Патриса Лумумбы», г. Москва

**Sinchukov A.V.**

Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Mathematics, Financial University under the Government of the Russian Federation; Associate Professor, Department of Mathematical Modeling and Information Technology, Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba

**Аннотация**

В статье предложен вариант развития классической портфельной теории на основе  $\beta$ -коэффициентов. Проанализирована роль бета-коэффициентов в принятии финансовых решений, представлен вариант оптимизации портфеля в виде задачи линейного программирования относительно ценных долей финансовых инструментов, выступающих переменными. Особое внимание уделяется математическим подходам, лежащим в основе портфельной теории. К таким подходам отнесены статистический анализ для оценки ожидаемой доходности и  $\beta$ -коэффициентов различных финансовых инструментов, а также методы оптимизации, позволяющие определить оптимальный баланс между доходными и рисковыми характеристиками портфеля. Благодаря выбору различных вариантов значения бета-коэффициента портфеля демонстрируется принципиальная возможность конструирования оптимальных портфелей с учетом инвестиционных целей, уровня риска и желаемой доходности. Сформулированы три инвестиционные стратегии, основанные на включении в портфель финансовых инструментов, обладающих высокими значениями  $\beta$ -коэффициентов; включении в портфель финансовых инструментов, обладающих низкими значениями  $\beta$ -коэффициентов, и включении в портфель финансовых инструментов, обладающих средними значениями  $\beta$ -коэффициентов. На основе реальных финансовых данных демонстрируются различия финансовых результатов, к которым приводит выбор каждой из указанных стратегий. С методической точки зрения материал статьи может быть полезен для совершенствования содержания математических дисциплин, связанных с количественным обоснованием финансовых решений.

**Ключевые слова:** финансовая динамика, финансовая неопределенность, портфельная теория, оптимальный портфель, коэффициент Шарпа, склонность к риску, стратегия инвестирования.

**Abstract**

The article focuses on a variant of the development of the classical portfolio theory based on coefficients. The role of beta coefficients in financial decision-making is analyzed, and a portfolio optimization option is presented in the form of a linear programming problem with respect to the price shares of financial instruments acting as variables. Special attention is paid to the mathematical approaches underlying portfolio theory. Such approaches include statistical analysis to assess the expected profitability and coefficients of various financial instruments, as well as optimization methods to determine the optimal balance between the profitable and risky characteristics of the portfolio. Due to the choice of various options for the value of the beta coefficient of the portfolio, the fundamental possibility of designing optimal portfolios taking into account investment goals, risk level and desired profitability is demonstrated. Three investment strategies have been formulated based on the inclusion in the portfolio of financial instruments with high coefficient values; inclusion in the portfolio of financial instruments with low coefficient values and inclusion in the portfolio of financial instruments with average coefficient values. Based on real financial data, the differences in financial results resulting from the choice of each of these strategies are demonstrated. From a methodological point of view, the material of the article can be useful for improving the content of mathematical disciplines related to the quantitative justification of financial decisions.

**Keywords:** financial dynamics, financial uncertainty, portfolio theory, optimal portfolio, Sharpe ratio, risk appetite, investment strategy.

**Введение.** Востребованность методов конструирования портфеля финансовых инструментов на основе анализа их  $\beta$ -коэффициентов обусловлена *потребностью инвесторов в оценке риска* размещения денежных средств. Вычисляемый по имеющимся финансовым данным бета-коэффициент позволяет количественно *оценить чувствительность* каждого финансового инструмента к изменениям рыночных условий. При этом рост значений  $\beta$ -коэффициентов принято связывать с повышением вероятности того,

что финансовые инструменты будут реагировать на динамику финансового рынка [2; 3].

Конструирование портфеля финансовых инструментов на основе анализа портфеля по  $\beta$ -коэффициентам предполагает реализацию первичного количественного анализа финансовых инструментов, а также выбор финансовых инструментов с разными значениями  $\beta$ -коэффициентов для достижения желаемого инвестором уровня риска и ожидаемой доходности. Например, в процессе конструирования

консервативного портфеля финансовых инструментов следует предусмотреть выбор финансовых инструментов с относительно более низкими значениями  $\beta$ -коэффициентов для снижения общего уровня риска портфеля в соответствии с предпочтениями инвестора.

Отметим, что бета-коэффициенты могут быть использованы не только для анализа финансовых инструментов и портфелей финансовых инструментов, но и для анализа проектов. Применение  $\beta$ -коэффициентов для анализа различных финансовых ситуаций, характеризующихся неопределенностью, требует проведения анализа финансовых данных. Целью анализа является не только оценка  $\beta$ -коэффициентов по имеющимся выборкам, но и определение оптимального соотношения финансовых инструментов с различными значениями  $\beta$ -коэффициентов в соответствии с имеющимися целями инвестирования, отношением к риску и ожиданиями доходности.

В исследованиях по финансовой математике бета-коэффициенты используются для измерения чувствительности одного финансового инструмента к изменениям доходности другого финансового инструмента [1; 10]. Заметим, что большинство исследователей предлагают сопоставлять финансовые инструменты с рыночным индексом или рыночным портфелем. Количественная оценка  $\beta$ -коэффициента по реальным данным отражает, насколько сильно финансовый инструмент будет реагировать на динамику рыночного индекса. Например, если у некоторого финансового инструмента оценка бета-коэффициента равна 1, то это означает, что изменчивость доходности этого финансового инструмента в среднем будет двигаться в том же направлении, что и изменчивость индекса. Исследователи сходятся во мнении, что  $\beta$ -коэффициенты могут помочь инвесторам понять, как уровень риска связан с определенным активом относительно общей динамики финансового рынка.

Проблемы оценки и использования бета-коэффициентов для анализа различных ситуаций, возникающих в экономике и финансах, раскрыты в публикациях [7; 8]. С целью корректного учета фактора риска предлагается использовать одну из возможных модификаций модели *CAMP* (*Capital Asset Pricing Model*, модель оценки финансовых активов). В статьях [13; 14] особое внимание уделяется роли бета-коэффициентов в выработке стратегий инвестирования с учетом повышенной волатильности. Предлагаются механизмы снижения неопределенности, характерной для современного состояния финансового рынка.

Проблемам количественной оценки бета-коэффициентов для российского финансового рынка посвящено исследование [12]. Рассмотрен важный аспект значимости выбора периода для формирования исходных финансовых данных.

Особенности применения различных вариантов модификаций бета-коэффициента раскрыты в публикациях [4; 19]. Указано на необходимость совершенствования количественной оценки бета-коэффициентов для применения на российском фондовом рынке. Различные частные вопросы учета волатильности при реализации проектов и принятия решений раскрыты в публикациях [6; 11]. Отмечается необходимость учета информационной ситуации реализации проекта и предлагается декомпозиция процессов как основа для принятия оптимальных решений, не оставляя без внимания динамику финансовых показателей, в частности  $\beta$ -коэффициентов инвестиций.

Ранее в [5; 16] рассмотрены вопросы количественного анализа финансовых ситуаций, в частности вопрос о комплексном использовании количественных методов в финансовой сфере. В современных условиях *развитие портфельной теории* имеет важное значение для обеспечения финансовой устойчивости и управления рисками. Классическая портфельная теория представляет собой концепцию, разработанную Гарри Марковицем в 1950-х гг., содержание которой подразумевает использование математических инструментов для анализа различных способов размещения финансовых инструментов с целью достижения оптимального баланса между риском и доходностью. Согласно положениям классической портфельной теории, инвесторы могут построить портфель, который обеспечивает оптимальное соотношение риска и ожидаемой доходности, путем диверсификации вложений в финансовые инструменты с различным уровнем риска.

*Прикладной потенциал портфельной теории* заключается в том, что она позволяет инвесторам минимизировать риск конструируемого портфеля путем распределения финансовых инструментов между различными видами (акции, облигации, недвижимость, драгоценные металлы, предметы роскоши и др.) *Принцип диверсификации*, широко распространенный в практике анализа финансовых ситуаций, помогает снизить общий риск портфеля финансовых инструментов, сохраняя при этом требуемый инвестором уровень доходности. В настоящее время портфельная теория представляет собой особую основу для разработки многих современных инвестиционных стратегий и предоставляет инвесторам *инструменты*

принятия оптимальных финансовых решений. Нельзя не отметить роль портфельной теории в повышении степени обоснованности финансовых решений.

Однако несмотря на разработанность общих положений и математических инструментов, обеспечивающих инструментальную реализацию идей классической портфельной теории, ее можно охарактеризовать рядом ограничений, несколько снижающих ее прогностический потенциал.

**Ограничение 1. Гипотеза о нормальном распределении доходности.** Классическая портфельная теория основана на предположении о том, что доходность финансовых инструментов имеет нормальное распределение. Однако практика анализа финансовых инструментов позволяет сделать вывод о том, что это предположение не всегда соблюдается, что может привести к снижению точности результатов моделирования на основе портфельной теории.

**Ограничение 2. Игнорирование катастрофического риска.** Классическая портфельная теория игнорирует возможность появления экстремальных событий, таких как крах рынков или финансовые кризисы. Это приводит к недооценке риска инвесторов и нежелательным последствиям, в том числе потере капитала.

**Ограничение 3. Отсутствие учета налоговых и транзакционных издержек.** Классическая портфельная теория не учитывает налоги на размещение денежных средств и издержки финансовых сделок, что может существенно влиять на отклонение реальной доходности портфеля от прогнозируемой.

**Ограничение 4. Требования к финансовым инструментам для включения в портфель.** Математическая модель реализации классической портфельной теории предполагает наличие ограниченного набора финансовых инструментов с положительной средней доходностью, что может привести к портфелям с низкой диверсификацией, а также непрогнозируемой динамике потенциальной доходности портфелей.

**Ограничение 5. Слабое внимание к учету индивидуальных предпочтений и целей инвесторов.** Использование моделей классической портфельной теории не позволяет учитывать индивидуальные предпочтения и цели инвесторов, что в ряде случаев приводит к несоответствию рекомендаций, получаемых на основе построения и анализа модели, потребностям конкретного инвестора.

Учитывая представленные ограничения классической портфельной теории, важно использовать ее методы и модели с учетом специфики конкретной финансовой ситуации и дополнять ее другими ме-

тодами анализа и управления портфелем. К таким методам в полной мере следует отнести метод принятия финансовых решений на основе анализа  $\beta$ -коэффициентов.

**Бета-коэффициенты финансовых инструментов и портфеля финансовых инструментов: вопросы количественной оценки и использования.** Важной задачей повышения качества принятия финансовых решений является задача количественной оценки и учета риска при принятии решений о составе конструируемого портфеля и распределении финансовых инструментов в процессе его модификации в соответствии с динамикой финансового рынка и изменениями в предпочтениях инвестора. Рассмотрим связь  $\beta$ -коэффициентов, вычисляемых как для отдельных финансовых инструментов, так и для портфелей с *риском*, рассматриваемым в качестве негативного критерия принятия финансового решения [17; 21].

Учет фактора риска играет важную роль в портфельной теории, методы и модели которой изучают оптимальное распределение финансовых инструментов с целью минимизации риска при заданном уровне доходности или максимизации доходности при заданном уровне риска. Основные приемы учета риска при анализе финансовых ситуаций включают оценку *вариации доходности* (волатильности) финансовых инструментов, корреляции между различными активами, а также использование статистических моделей для прогнозирования динамики стоимости финансовых инструментов. Для учета риска портфеля в рамках портфельной теории разработаны методы диверсификации, применение которых позволяет снизить общий риск портфеля за счет включения разнообразных финансовых инструментов, обладающих низкой (или отрицательной) корреляцией доходности.

Альтернативный подход к учету риска подразумевает использование *коэффициента Шарпа* (называемого также  $\beta$ -коэффициентом финансового инструмента), помогающего инвестору количественно оценить связь между доходностью и риском [18]. Указанный подход позволяет акцентировать внимание на феномене финансовой волатильности, под которой подразумеваются колебания цен финансовых инструментов на рынках. Финансовая волатильность может быть вызвана различными факторами, такими как экономические события, политические изменения, технические факторы или новостной фон. Заметим, что перечисленные факторы способны существенно *влиять на финансовые результаты*, получаемые инвестором, что усиливает вос-

требованность  $\beta$ -коэффициентов в финансовом анализе.

Остановимся на основных особенностях волатильности финансового рынка, определяющей величины бета-коэффициентов финансовых инструментов. Во-первых, *нестабильность цен финансовых инструментов* — волатильность финансового рынка проявляется в колебаниях цен финансовых инструментов. Во-вторых, *связь риска с потенциальными возможностями для размещения денежных средств*. Действительно, феномен волатильности создает условия не только для потери денежных средств, но и для получения дополнительной выгоды от размещения денежных средств. Именно волатильностью могут воспользоваться инвесторы для получения сверхприбыли. В-третьих, *феномен волатильности влияет на выбор финансовых стратегий*. В условиях, когда потеря денежных средств соседствует с вариантом получения сверхприбыли, инвесторы вынуждены адаптировать стратегии к реальным финансовым условиям. В-четвертых, отметим существенную роль *психологических аспектов волатильности*. Их следует связать с возникающими стрессовыми ситуациями и растущей неуверенностью, неопределенностью финансовых результатов. Психологические аспекты волатильности могут влиять не только на эмоциональное состояние инвесторов, но и на процесс принятия финансовых решений. Так, решение, которое ранее казалось недопустимым по причине высокого риска, в стрессовой ситуации может быть принято без дополнительно изучения. В-пятых, следует отметить *влияние волатильности на общее состояние экономики*. Действительно, волатильность финансовых рынков может оказывать серьезное влияние на экономику в целом, определяя динамику инвестиций, а также таких факторов, как потребление и безработица.

Учет указанных особенностей волатильности направлен на более глубокое понимание финансового рынка, необходимое инвесторам для адаптации собственных стратегий и своевременного принятия обоснованных решений на фоне колебаний цен. Применительно к портфелю финансовых инструментов инвестор должен своевременно принять решение о включении и исключении некоторых финансовых инструментов из портфеля с целью сохранения им необходимых характеристик. Рассматривая  $\beta$ -коэффициенты в качестве критерия для анализа финансовых ситуаций, нельзя не раскрыть вопрос об уточнении *предпочтений инвестора* к портфелю финансовых инструментов. Насколько точно будут сформулированы и формализованы указанные

предпочтения, настолько они могут быть учтены в процессе выбора оптимального портфеля.

Согласно исследованиям [10; 21] предпочтения инвесторов по портфелю могут существенно различаться в зависимости от их целей, уровня риска, сроков инвестирования и личных приоритетов. Некоторые инвесторы могут предпочитать консервативные инвестиции с низким уровнем риска, используя для размещения денежных средств, например облигации и дивидендные акции. Другие инвесторы могут быть более заинтересованы в привлечении растущих финансовых инструментов, таких как акции высокотехнологических компаний или венчурные инвестиции. Важно отметить, что большинство инвесторов вне зависимости от личных приоритетов предпочитают диверсификацию собственного портфеля. Однако часть инвесторов может быть более склонна к концентрации инвестиций в определенные секторы или регионы с целью получения сравнительно более высокой доходности.

Неопределенность формирования и последующей формализации предпочтений инвестора затрудняет принятие финансовых решений, проходящее, как правило, в ситуации частичной неопределенности (риска). Кроме того, важно учитывать, что предпочтения инвесторов могут меняться в соответствии с изменением их жизненной ситуации, экономической обстановкой и рыночной конъюнктурой. Следовательно, конструирование оптимального портфеля финансовых инструментов является в большей степени индивидуальным процессом, реализация которого требует привлечения *современных достижений теории риска и теории принятия решений*.

Несмотря на положительный эффект от включения  $\beta$ -коэффициентов в анализ финансовых ситуаций, следует указать на *некоторые ограничения их применения*. Данные ограничения следует учитывать при построении и анализе множества альтернативных финансовых инструментов. Использование бета-коэффициентов требует их оценки по каждому финансовому инструменту. Если какой-то финансовый инструмент не может быть оценен с позиции  $\beta$ -коэффициента, его следует исключить из рассмотрения. Использование  $\beta$ -коэффициентов при конструировании портфелей *требует задания равновесия между риском и доходностью*. Как правило в условиях субъективного выбора инвестором  $\beta$ -коэффициента портфеля следует избегать излишней концентрации риска. Анализ на основе  $\beta$ -коэффициентов может обладать недостаточной точностью. Применяемые в практике принятия финансовых решений вели-

чины представляют собой лишь оценки бета-коэффициентов, в то время как их истинные значения неизвестны. Модель портфеля, реализуемая на основе расчета  $\beta$ -коэффициентов, не учитывает все возможные варианты рыночного поведения — действительно, связи между финансовыми инструментами и рынков в целом, установленные на основе оценки  $\beta$ -коэффициентов, со временем могут существенно меняться. Оценки бета-коэффициентов, получаемые на основе анализа финансовых данных, зависят от выбора периода наблюдений. Адекватность оценок  $\beta$ -коэффициентов снижается в условиях привлечения альтернативных инвестиций и недвижимости, актуализации неучтенных факторов риска (социально-политические события, изменения в законодательстве и др.).

Привлечение реальных финансовых данных позволяет показать, как инвесторы могут использовать  $\beta$ -коэффициенты для управления собственными портфелями финансовых инструментов. Они могут выбирать активы с низкими значениями коэффициента, например  $\beta_0 = 0,1$ , для снижения общего риска портфеля. Инвесторы могут использовать бета-коэффициенты для балансировки своих портфелей, добавляя в них финансовые инструменты с различными значениями коэффициента для достижения оптимального соотношения ожидаемых риска и доходности.

Совершенствование механизмов управления портфелем на основе  $\beta$ -коэффициентов способствует адаптации инвесторов к меняющимся рыночным условиям. Например, если рыночный индекс начинает снижаться, инвесторам целесообразно прибегнуть к изменению ценовых долей, уменьшив долю инструментов с высокими значениями  $\beta$ -коэффициента, для снижения потенциальных потерь. Овладение приемами управления портфелем на основе бета-коэффициентов позволит инвесторам создать более устойчивый и эффективный портфель, оперативно реагировать на волатильность финансовых рынков. Основу приемов управления портфелем могут составлять три инвестиционные стратегии, содержание которых представлено далее.

**Стратегия 1.** *Включение в портфель финансовых инструментов, обладающих высокими значениями  $\beta$ -коэффициентов.* Финансовый инструмент с высоким  $\beta$ -коэффициентом обычно включают в портфель с целью увеличения его ожидаемой доходности. Такие финансовые инструменты имеют существенную чувствительность к изменениям на рынке, следовательно, они могут обеспечить инвестору сравнительно более высокие доходы в периоды роста

рынка. Однако они также несут большой риск, поскольку цены таких финансовых инструментов могут сильнее колебаться в периоды падения рынка. Выбор данной стратегии при конструировании портфеля инвестором требует уточнения целей размещения денежных средств и тщательной оценки готовности к риску.

**Стратегия 2.** *Включение в портфель финансовых инструментов, обладающих низкими значениями  $\beta$ -коэффициентов.* Финансовые инструменты с низкими значениями  $\beta$ -коэффициентов целесообразно включать в портфель с целью снижения риска портфеля. Такие финансовые инструменты имеют меньшую чувствительность к изменениям на рынке, следовательно они могут помочь сгладить колебания доходности портфеля в периоды роста и падения рынка. Однако они обычно не приносят таких высоких доходов, как активы с высоким  $\beta$ -коэффициентом, они могут обеспечить более стабильную и предсказуемую доходность портфеля. Включение активов с низкими значениями  $\beta$ -коэффициентов в портфель может быть особенно полезным для инвесторов, предпочитающих более консервативный подход к размещению денежных средств или стремящихся к защите своих инвестиций от значительных потерь в периоды рыночной нестабильности.

**Стратегия 3.** *Включение в портфель финансовых инструментов, обладающих средними значениями  $\beta$ -коэффициентов.* Финансовые инструменты со средними значениями  $\beta$ -коэффициентов следует включать в портфель для достижения баланса между риском и доходностью. Они обладают умеренной чувствительностью к изменениям на рынке, что позволяет обеспечивать некоторую защиту от риска, но при этом сохранять потенциал для достижения хорошей доходности. Включение активов со средними значениями  $\beta$ -коэффициентов позволяет диверсифицировать портфель и обеспечить его более устойчивое поведение в различных рыночных условиях. Такие финансовые инструменты могут быть привлекательны для инвесторов, которые стремятся к сбалансированному подходу к инвестированию, сочетая в своем портфеле как потенциал для высокой доходности, так и защиту от значительных потерь.

Приведенные стратегии инвестирования учитывают, что  $\beta$ -коэффициенты измеряют *степень чувствительности финансового инструмента к изменениям в рыночном индексе*. С математической точки зрения описанная в статье ситуация конструирования оптимального портфеля финансовых инструментов представляет собой задачу линейного програм-

мирования с целевой функцией [1] и системой ограничений [2]

$$\mu = \sum_{i=1}^n \mu_i x_i \rightarrow \max \quad [1]$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \beta_i x_i \leq \beta_0; \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ x_i \geq 0, \end{cases} \quad [2]$$

где  $\mu_i$  — оценка доходности  $i$ -го финансового инструмента;  $\beta_i$  — оценка бета-коэффициента  $i$ -го финансового инструмента;  $\beta_0$  — желаемое инвестором значение бета-коэффициента портфеля;  $\mu$  — максимизируемая доходность портфеля;  $x_i$  — ценовая доля  $i$ -го финансового инструмента.

В таблице приведены данные по 20 предварительно выбранным финансовым инструментам.

Таблица

**Доходность (в процентах) и  $\beta$ -коэффициенты финансовых инструментов**

Номер финансового инструмента	1	2	3	4	5
Доходность	0,0130	0,0254	0,0318	0,0240	0,0289
Коэффициент Шарпа	0,1462	0,7426	0,9677	0,8501	0,7341
Номер финансового инструмента	6	7	8	9	10
Доходность	0,0341	0,0185	0,0118	0,0207	0,0127
Коэффициент Шарпа	0,7427	0,3531	0,2231	0,2152	0,1465
Номер финансового инструмента	11	12	13	14	15
Доходность	0,0429	0,0233	0,0403	0,0298	0,0342
Коэффициент Шарпа	0,9431	0,3672	0,7510	0,6383	0,7389
Номер финансового инструмента	16	17	18	19	20
Доходность	0,0310	0,0286	0,0391	0,0217	0,0131
Коэффициент Шарпа	0,5326	0,4285	0,9912	0,2520	0,1428

Источник: расчеты авторов на основе данных инвестиционного портала <https://www.finam.ru/>.

В соответствии с полученной информацией о характеристиках 20 финансовых инструментов получаем, что модель определения оптимального портфеля финансовых инструментов принимает вид

$$\mu(\bar{x}) = 0,0130x_1 + 0,0254x_2 + \dots + 0,0131x_{20} \rightarrow \max \quad [3]$$

$$\begin{cases} 0,1462x_1 + 0,7426x_2 + \dots + 0,1428x_{20} \leq \beta_0; \\ x_1 + x_2 + \dots + x_{20} = 1; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; \dots; x_{20} \geq 0. \end{cases} \quad [4]$$

Задавая различные значения параметра  $\beta_0$ , соответствующие трем возможным принципиальным

стратегиям, представленным выше, получаем следующие решения и соответствующие им финансовые результаты.

**Решение 1.** При условии  $\beta_0 = 0,1$  оптимальный портфель имеет вид

$$x_i = \begin{cases} 0, & i = 1..9; \\ 1, & i = 10. \end{cases}$$

**Финансовый результат 1.** Ожидаемая доходность портфеля составляет  $\mu_1 = 0,0092\%$ .

**Решение 2.** При условии  $\beta_0 = 0,6$  оптимальный портфель имеет вид

$$x_i = \begin{cases} 0, & i = 1..9; \\ 0,5318, & i = 13; \\ 0,4682, & i = 17. \end{cases}$$

**Финансовый результат 2.** Ожидаемая доходность портфеля составляет  $\mu_2 = 0,0348\%$ .

**Решение 3.** При условии  $\beta_0 = 0,9$  оптимальный портфель имеет вид

$$x_i = \begin{cases} 0, & i = 1..9; \\ 0,7756, & i = 11; \\ 0,2244, & i = 13. \end{cases}$$

**Финансовый результат 3.** Ожидаемая доходность портфеля составляет  $\mu_3 = 0,0423\%$ .

Заметим, что параметр  $\beta_0$  может быть выбран таким образом, что оптимизационная задача [1], [2] не будет иметь решения. Это свидетельствует о том, что из отобранных заранее финансовых инструментов невозможно сконструировать портфель, соответствующий требованиям инвестора. В таком случае выдвигаемые требования следует смягчить или отказаться от идеи инвестирования в рассматриваемые финансовые инструменты.

Кроме представленного варианта нахождения оптимального портфеля, предполагающего максимизацию доходности портфеля, может быть рассмотрен альтернативный вариант, предполагающий минимизацию риска. Указанный вариант приводит к следующей задаче линейного программирования:

$$\beta = \sum_{i=1}^n \beta_i x_i \rightarrow \min \quad [5]$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \mu_i x_i \geq \mu_0; \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ x_i \geq 0. \end{cases} \quad [6]$$

Тогда из множества решений системы ограничений [6], определяющей множество всех допусти-

мых портфелей финансовых инструментов, требуется выбрать портфель, обладающий минимальным значением бета-коэффициента. Заметим, что системы ограничений [2] и [6] могут быть дополнены неравенствами вида  $x_s \leq x_s^0$ ,  $x_s \geq x_s^1$ , содержательный смысл которых заключается в дополнительном требовании инвестора, накладываемом на ценовую долю финансового инструмента  $s$ . Добавление указанных неравенств позволяет учесть субъективные представления инвестора о структуре конструируемого портфеля. С методической точки зрения представленные задачи линейного программирования могут быть элементами содержания прикладных математических дисциплин в высшей экономической школе, связанных с количественным обоснованием финансовых решений. Привлечение реальных финансовых данных для построения и исследования портфелей финансовых инструментов в практике профессиональной подготовки будущих экономистов и менеджеров позволяет приблизить учебно-познавательную деятельность студентов к будущей профессиональной деятельности, подразумевающей принятие оптимальных финансовых решений.

**Заключение. Комментарии.** Портфельная теория как область финансов, изучающая *оптимальное распределение финансовых инструментов* для достижения максимальной отдачи при определенном уровне риска, требует особого внимания со стороны исследователей. Доступность данных, касающихся различных финансовых ситуаций, и стремительное развитие цифровых приложений математики [9] позволяют демонстрировать различные возможности математического аппарата, применять различные приемы, основу которых составляют количественные методы и математического моделирование.

В рамках исследования сформулированы три стратегии поведения инвестора в соответствии с ограничениями по  $\beta$ -коэффициентам. К ним относятся стратегия включения в портфель финансовых инструментов, обладающих

- низкими значениями  $\beta$ -коэффициентов;
- средними значениями  $\beta$ -коэффициентов;
- высокими значениями  $\beta$ -коэффициентов.

Приведенные стратегии получили реализацию на основе привлечения реальных финансовых данных. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что динамика ожидаемой доходности портфеля существенно связана с его бета-коэффициентом.

Анализ положений портфельной теории и потенциала бета-коэффициентов финансовых инструментов позволил выделить несколько направ-

лений, реализация которых способствует совершенствованию практики использования портфельной теории.

**Направление 1.** *Учет реальных условий нестационарности и нелинейности финансовых рынков.* Классическая портфельная теория предполагает стационарность и линейность финансовых рынков, что, как правило, соответствует финансовой реальности. Современные исследования в области количественного анализа финансовых рынков сосредоточиваются на разработке моделей, учитывающих их нестационарность и нелинейность.

**Направление 2.** *Включение в модели конструирования портфелей значительного количества финансовых инструментов.* Модели классической портфельной теории предполагают наличие только двух финансовых инструментов: рискованного и безрискового. Перспективным направлением исследования является расширение множества альтернативных финансовых инструментов для более точного конструирования оптимальных портфелей.

**Направление 3.** *Учет в процессе конструирования и управления портфелем финансовых неопределенностей и рисков.* Развитие портфельной теории происходит в направлении учета различных видов риска.

**Направление 4.** *Развитие частных методов оптимизации портфеля финансовых инструментов.* Развитие и использование методов оптимизации портфеля финансовых инструментов способствует учету аномальных событий, сложной изменчивости рынка и связей между финансовыми инструментами. К таким частным методам оптимизации портфеля в полной мере относится метод построения портфеля на основе  $\beta$ -коэффициентов.

Реализация указанных направлений позволит совершенствовать портфельную теорию и ее приложения, поможет сделать портфельную теорию более реалистичной и эффективной для инвесторов.

### Литература

1. *Алехин Б.И.* Рынок ценных бумаг — М.: Издательство ЮРАЙТ, 2020. — 497 с.
2. *Аль-Натор Мухаммед Субхи.* Основы финансовых вычислений. Основные схемы расчета финансовых сделок. — М.: КноРус, 2023. — 328 с.
3. *Аль-Натор Мухаммед Субхи.* Основы финансовых вычислений. Портфели активов, оптимизация и хеджирование. — М.: КноРус, 2023. — 322 с.
4. *Амирян Б.* Количественная оценка коэффициента бета и его применение в оценке бизнеса // Вестник Армянского государственного экономического университета. 2020. № 1. С. 80–90.
5. *Власов Д.А.* Особенности комплексного использования количественных методов в финансовой сфере // Системные технологии. 2020. № 1 (34). С. 133–139.

6. *Гаврилов Е.С., Грошева П.Ю.* Построение системы поддержки принятия решений на основе декомпозиции производственных процессов предприятия // Экономика и управление: проблемы, решения. 2020. Т. 4. № 12 (108). С. 22–28.
7. *Галевский С.Г.* Модификация модели САМР для корректного учета рисков в методе дисконтированных денежных потоков // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Экономические науки. 2019. Т. 12. № 1. С. 201–212.
8. *Дедюхин В. А.* Проблемы применения модели САМР для оценки стоимости собственного капитала на российском фондовом рынке // Colloquium-Journal. 2019. № 9-7 (33). С. 32–34.
9. *Зададаев С.А.* Математика на языке R // Форсайт образования. Сборник материалов по итогам Международных научно-методических конференций. Под общей редакцией Е.А. Каменевой. 2018. С. 257–260.
10. *Иванюк В.А., Феклин В.Г.* Анализ инвестиционной портфельной теории // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2022). Труды Пятнадцатой международной конференции. Под общей редакцией С.Н. Васильева, А.Д. Цвиркуна. Москва, 2022. С. 660–664.
11. *Кокуйцева Т.В.* Разработка методики оценки влияния реализации инновационных проектов на конкурентоспособность государств-участников СНГ // ЭТАП: экономическая теория, анализ, практика. 2012. № 6. С. 60–70.
12. *Лихенко И.И., Коган А.Б.* Проблематика определения достоверных значений беты российских компаний: анализ значимости периода исходных данных // Сибирская финансовая школа. 2021. № 3 (143). С. 92–96.
13. *Логинов Д.Р.* Эволюция стратегий факторного инвестирования на фондовом рынке // Фундаментальные исследования. 2022. № 5. С. 66–71.
14. *Семенкова Е.В., Омран Ш.* Стратегии инвестирования в условиях волатильности и неопределенности // Финансовая экономика. 2020. № 7. С. 106–111.
15. *Семенкова Е.В.* Новые подходы к управлению капиталом на фондовом рынке / Е.В. Семенкова, А.А. Качалов // Финансовый менеджмент. — 2020. — № 4. — С. 3–12.
16. *Синчуков А.В.* Общие вопросы конструирования и управления портфелем финансовых инструментов / А.В. Синчуков // Научные исследования и разработки. Экономика. 2022. Т. 10. № 1. С. 36–43.
17. *Тихомиров Н.П., Тихомирова Т.М.* Теория риска. — М.: Юнити-Дана, 2020. 308 с.
18. *Уильям Ф. Шарп.* Инвестиции. М.: ИНФРА-М, 2009. — 1024 с.
19. *Федорова Е.А., Гузовский Я.Е., Лукашенко И.В.* Оценка применимости модифицированного бета-коэффициента на российском фондовом рынке // Дайджест-финансы. 2019. Т. 24. № 4 (252). С. 424–437.
20. *Феклин В.Г., Соловьев В.И.* Методы машинного обучения в задачах контроля криптовалютных транзакций // Вопросы кибербезопасности. 2023. № 4 (56). С. 2–11.
21. *Фомин Г.П., Чайковская Л.А., Максимов Д.А.* Риски в экономике. М.: КноРус, 2021. 256 с.
3. *Al-Nator Muhammad Subhi* Fundamentals of Financial Computing. Asset portfolios, optimization and hedging. — Moscow: KnoRus, 2023. — 322 p.
4. *Amiryani B.* Quantitative assessment of the beta coefficient and its application in business valuation // Bulletin of the Armenian State University of Economics. 2020. No. 1. pp. 80–90.
5. *Vlasov D.A.* Features of complex use of quantitative methods in the financial sphere // System technologies. 2020. No. 1 (34). pp. 133–139.
6. *Gavrilov E.S., Grosheva P.Yu.* Building a decision support system based on the decomposition of production processes of an enterprise // Economics and management: problems, solutions. 2020. Vol. 4. No. 12 (108). pp. 22–28.
7. *Galevsky S.G.* Modification of the CAMP model for correct risk accounting in the discounted cash flow method // Scientific and Technical Bulletin of St. Petersburg State Polytechnic University. Economic Sciences. 2019. Vol. 12. No. 1. pp. 201–212.
8. *Dedyukhin V.A.* Problems of applying the CAPM model to assess the cost of equity on the Russian stock market // Colloquium-Journal. 2019. No. 9-7 (33). pp. 32–34.
9. *Zadadaev S.A.* Mathematics in the language of R / In the collection: Foresight of education. Collection of materials on the results of International scientific and methodological conferences. Under the general editorship of E.A. Kameneva. 2018. pp. 257–260.
10. *Ivanyuk V.A., Feklin V.G.* Analysis of investment portfolio theory / In the collection: Managing the Development of large-scale systems (MLSD'2022). Proceedings of the Fifteenth International Conference. Under the general editorship of S.N. Vasiliev, A.D. Tsvirkun. Moscow, 2022. pp. 660–664.
11. *Kokuitseva T.V.* Development of a methodology for assessing the impact of the implementation of innovative projects on the competitiveness of the CIS member states // STAGE: economic theory, analysis, practice. 2012. No. 6. pp. 60–70.
12. *Likhenko I.I., Kogan A.B.* Problematics of determining reliable beta values of Russian companies: analysis of the significance of the initial data period // Siberian Financial School. 2021. No. 3 (143). pp. 92–96.
13. *Loginov D.R.* Evolution of factor investment strategies in the stock market // Fundamental Research. 2022. No. 5. pp. 66–71.
14. *Semenkova E.V., Omran Sh.* Investment strategies in conditions of volatility and uncertainty // Financial Economics. 2020. No. 7. pp. 106–111.
15. *Semenkova E.V.* New approaches to capital management in the stock market / E.V. Semenkova, A.A. Kachalov // Financial management. — 2020. — No. 4. — pp. 3–12.
16. *Sinchukov A.V.* General issues of designing and managing a portfolio of financial instruments / A.V. Sinchukov // Scientific research and development. Economy. 2022. Vol. 10. No. 1. pp. 36–43
17. *Tikhomirov N.P., Tikhomirova T.M.* Risk theory. — М.: Unity-Dana, 2020. 308 p.
18. *William F. Sharp* Investments. М.: INFRA-M, 2009. — 1024 p.
19. *Fedorova E.A., Guzovsky Ya.E., Lukashenko I.V.* Assessment of the applicability of the modified beta coefficient on the Russian stock market // Digest-finance. 2019. Vol. 24. No. 4 (252). pp. 424–437.
20. *Feklin V.G., Soloviev V.I.* Machine learning methods in the control of cryptocurrency transactions // Cybersecurity issues. 2023. No. 4 (56). pp. 2–11.
21. *Fomin G.P., Tchaikovsky L.A., Maksimov D.A.* Risks in the economy. — М.: KnoRus, 2021. — 256 p.

## References

1. *Alyokhin B.I.* Securities Market — М.: Limited Liability Company «YURAYT Publishing House», 2020. — 497 p.
2. *Al-Nator Muhammad Subhi* Fundamentals of Financial Computing. Basic schemes for calculating financial transactions. — М.: KnoRus, 2023. — 328 p.