

Научная статья

Статья в открытом доступе

УДК 62-118

doi: 10.30987/2782-5957-2022-12-13-17

МЕХАНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР БЕЗ НАКОПИТЕЛЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ

Игорь Павлович Попов^{1✉}

¹ Курганский государственный университет, Курган, Россия

¹ ip.popov@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8683-0387>

Аннотация

В монореактивном гармоническом осцилляторе инертные элементы могут совершать свободные синусоидальные колебания, которые сопровождаются трансформацией кинетической энергии инертного элемента в кинетическую же энергию другого инертного элемента. В положении, при котором $\varphi = 0$ энергия первого инертного элемента равна нулю. При этом энергия второго элемента имеет максимальное значение. В следующий момент времени первый элемент приобретает ускорение за счет кинетической энергии второго элемента, скорость которого начинает уменьшаться. В классических осцилляторах свободные синусоидальные колебания сопровождаются обменом энергии между его элементами, имеющими противоположный характер реактивности. В пружинном маятнике потенциальная энергия упругого элемента трансформируется в кинетическую энергию инертного элемента и обратно. Эти элементы имеют противоположный характер реактивности. В электрическом колебательном контуре энергия магнитного поля катушки трансформируется в энергию элект-

рического поля конденсатора и обратно. Эти элементы тоже имеют противоположный характер реактивности. Известны осцилляторы, в которых свободные синусоидальные колебания сопровождаются трансформацией кинетической энергии инертного элемента или потенциальной энергии упругого элемента в энергию магнитного поля катушки или энергию электрического поля конденсатора и обратно. Свободные синусоидальные колебания могут возникать при взаимной трансформации каких угодно физических видов энергии. Это обстоятельство является побудительным мотивом создания осциллятора, в котором свободные синусоидальные колебания сопровождаются трансформацией кинетической энергии инертного элемента в кинетическую же энергию другого инертного элемента. Элементы с другим характером реактивности в таком осцилляторе отсутствуют. Такой осциллятор по существу является монореактивным.

Ключевые слова: маятник, колебания, энергообмен, монореактивный, фаза, перемещение, скорость, ускорение.

Ссылка для цитирования:

Попов И.П. Механический осциллятор без накопителя потенциальной энергии / И.П. Попов // Транспортное машиностроение. – 2022. - № 12. – С. 13 – 17. doi: 10.30987/2782-5957-2022-12-13-17.

Original article

Open Access Article

MECHANICAL OSCILLATOR WITHOUT POTENTIAL ENERGY STORAGE

Igor Pavlovich Popov^{1✉}

¹Kurgan State University, Kurgan, Russia

¹ip.popov@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8683-0387>

Abstract

In a monoreactive harmonic oscillator, inert elements can make free sinusoidal oscillations, which are accompanied by the transformation of one inert element kinetic energy into the kinetic energy of another inert element. In this condition the energy of the first inert element $\varphi = 0$ is zero. At the same time, the ener-

gy of the second element has the maximum value. At the next moment of time, the first element acquires acceleration due to the kinetic energy of the second element, the speed of which begins to decrease. In a classical oscillator, free sinusoidal oscillations are accompanied by an exchange of energy between its ele-

ments having the opposite reactivity character. In a spring pendulum, the potential energy of an elastic element is transformed into the kinetic energy of an inert element and vice versa. These elements have the opposite character of reactivity. In an electric oscillator circuit, the energy of the coil magnetic field is transformed into the energy of the condenser electric field and vice versa. These elements also have the opposite character of reactivity. There are also oscillators in which free sinusoidal oscillations are accompanied by the transformation of the kinetic energy of an inert element or the potential energy of an elastic element into the energy of the coil magnetic field or the energy of

Reference for citing:

Popov IP. Mechanical oscillator without potential energy storage. *Transport Engineering*. 2022; 12:13-17. doi: 10.30987/2782-5957-2022-12-13-17.

Введение

В классических осцилляторах свободные синусоидальные колебания сопровождаются обменом энергии между его элементами, имеющими противоположный характер реактивности [1, 2].

В пружинном маятнике потенциальная энергия упругого элемента трансформируется в кинетическую энергию инертного элемента и обратно. Эти элементы имеют противоположный характер реактивности.

В электрическом колебательном контуре энергия магнитного поля катушки трансформируется в энергию электрического поля конденсатора и обратно. Эти элементы тоже имеют противоположный характер реактивности.

Известны осцилляторы, в которых свободные синусоидальные колебания сопровождаются трансформацией кинетической энергии инертного элемента или потенциальной энергии упругого элемента в энергию магнитного поля катушки или

Материалы, модели, эксперименты и методы

Синтез осциллятора производится на основе трех предпосылок [10].

Первое. Осциллятор состоит из двух одинаковых по массе грузов.

Второе. Грузы совершают синусоидальные перемещения

$$x_1 = A \sin(\zeta + \zeta_1),$$

$$x_2 = A \sin(\zeta + \zeta_2).$$

the capacitor electric field and vice versa. Free sinusoidal oscillations can occur during the mutual transformation of any physical types of energy. This circumstance is the motive to make an oscillator, in which free sinusoidal oscillations are accompanied by the transformation of the kinetic energy of an inert element into the kinetic energy of another inert element. There are no elements with a different reactivity character in such an oscillator. This type of an oscillator is essentially monoreactive.

Keywords: pendulum, oscillations, energy exchange, monoreactive, phase, displacement, speed, acceleration.

энергию электрического поля конденсатора и обратно [3].

Все указанные колебательные системы по существу являются *биреактивными*, а именно: *m-k, L-C, m-L, m-C, k-L, k-C*.

Свободные синусоидальные колебания могут возникать при взаимной трансформации каких угодно физических видов энергии [4].

Это обстоятельство является побудительным мотивом создания осциллятора, в котором свободные синусоидальные колебания сопровождаются трансформацией кинетической энергии инертного элемента в кинетическую же энергию другого инертного элемента. Элементы с другим характером реактивности в таком осцилляторе отсутствуют.

Такой осциллятор по существу является *монореактивным*, а именно: *m-m*.

Актуальность работы обусловлена тем, что механические колебания широко распространены в разнообразных технологических процессах [5-9].

Здесь x_1, x_2 – перемещения инертных элементов, A – амплитуда, ζ – изменяющаяся фаза колебаний, ζ_1, ζ_2 – начальные фазы колебаний.

Третье. Суммарная энергия осциллятора со временем не изменяется

$$W_1 + W_2 = const.$$

Из второй и третьей предпосылок следует

$$\frac{m}{2} \left(\frac{dx_1}{dt} \right)^2 + \frac{m}{2} \left(\frac{dx_2}{dt} \right)^2 = const,$$

$$\cos^2(\zeta + \zeta_1) + \cos^2(\zeta + \zeta_2) = const.$$

Из второго выражения следует, что

$$\zeta_1 + \zeta_2 = \pm \frac{\pi}{2}.$$

Эта формула дает возможность определить конфигурацию монореактивного гармонического осциллятора, которая представлена на рисунке.

Допущения. К инертным элементам внешние силы не приложены. Масса соединительного элемента равна нулю. Потери на трение отсутствуют.

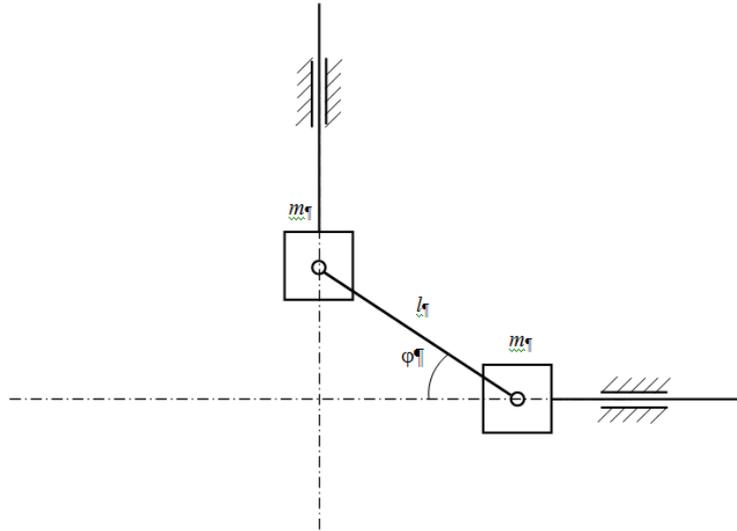


Рис. Монореактивный гармонический осциллятор
Fig. Monoreactive harmonic oscillator

Результаты

В соответствии с рисунком перемещения инертных элементов имеют вид:

$$x_1 = l \cos \varphi, \quad (1)$$

$$x_2 = l \cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right). \quad (2)$$

Текущая фаза φ наилучшим образом подходит на роль обобщенной координаты.

Рассматриваемая механическая система обладает одной степенью свободы, поэтому, соответственно, уравнение Ла-

$$T = \frac{m}{2} \left(\frac{dx_1}{dt} \right)^2 + \frac{m}{2} \left(\frac{dx_2}{dt} \right)^2 = \frac{ml^2}{2} \sin^2 \varphi \dot{\varphi}^2 + \frac{ml^2}{2} \cos^2 \varphi \dot{\varphi}^2 = \frac{ml^2}{2} \dot{\varphi}^2.$$

Отсюда следует

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0,$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = ml^2 \dot{\varphi},$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) = ml^2 \ddot{\varphi} = 0.$$

Это дифференциальное уравнение имеет элементарное решение

гранжа второго рода принимает следующую форму:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q.$$

Так как активные силы равны нулю, то обобщенная сила тоже равна нулю

$$Q = 0.$$

Суммарная кинетическая энергия системы равна

$$\frac{d\varphi}{dt} = C_1,$$

$$\varphi = C_1 t + C_2.$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся с учетом начальных условий

$$\varphi(0) = \varphi_0,$$

$$\frac{d\varphi}{dt}(0) = \omega_0.$$

Отсюда следует

$$C_1 = \omega_0,$$

$$C_2 = \varphi_0.$$

С учетом установленных величин перемещения инертных элементов (1) и (2) приобретают вид:

$$x_1 = l \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$x_2 = l \cos\left(\frac{\pi}{2} - \omega_0 t - \varphi_0\right).$$

Если исходное положение первого инертного элемента равно

$$x_1(0) = x_{10},$$

то

$$\cos \varphi_0 = \frac{x_{10}}{l},$$

$$\varphi_0 = \arccos \frac{x_{10}}{l} = \arcsin \frac{x_{20}}{l}.$$

Если исходная скорость второго инертного элемента равна

$$\frac{dx_2}{dt}(0) = v_{20},$$

Обсуждение/Заключение

В монореактивном ($m-m$) гармоническом осцилляторе инертные элементы могут совершать свободные синусоидальные колебания, которые сопровождаются трансформацией кинетической энергии инертного элемента в кинетическую же энергию другого инертного элемента.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Попов И.П. Реактансы и сассептансы механических систем. *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*. 2021; 70: 64–75. doi 10.17223/19988621/70/6.
2. Попов И.П. Символическое представление вынужденных колебаний разветвленных механических систем. *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*. 2021; 72: 118–130. doi 10.17223/19988621/72/10
3. Попов И.П., Парышев Д.Н., Ильяков А.В., Моисеев О.Ю., Мосин А.А., Харин В.В. Спонтанные емкостно-инертные колебания в системах железнодорожной автоматики и телемеханики. *Транспорт Урала*. 2019; 2(61): 45–48. doi: 10.20291/1815-9400-2019-2-45-48.
4. Попов И.П. Маховик для машин с ограничениями по весу. *Транспортное машиностроение*. 2022; 7(7):19–23. doi: 10.30987/2782-5957-2022-7-19-23.

то

$$l\omega_0 \cos(\omega_0 0 + \varphi_0) = v_{20},$$

$$\omega_0 = \frac{v_{20}}{x_{10}} = -\frac{v_{10}}{x_{20}}.$$

С учетом полученных выражений перемещения инертных элементов и их скорости можно записать в виде:

$$x_1 = l \cos\left(\frac{v_{20}}{x_{10}} t + \arccos \frac{x_{10}}{l}\right),$$

$$x_2 = l \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{v_{10}}{x_{20}} t - \arcsin \frac{x_{20}}{l}\right),$$

$$v_1 = l \frac{v_{10}}{x_{20}} \sin\left(-\frac{v_{10}}{x_{20}} t + \arcsin \frac{x_{10}}{l}\right),$$

$$v_2 = l \frac{v_{20}}{x_{10}} \cos\left(\frac{v_{20}}{x_{10}} t - \arccos \frac{x_{20}}{l}\right).$$

В положении, при котором $\varphi = 0$ энергия первого инертного элемента равна нулю. При этом энергия второго элемента имеет максимальное значение. В следующий момент времени первый элемент приобретает ускорение за счет кинетической энергии второго элемента, скорость которого начинает уменьшаться.

система. 2021; 6(103): 23–29. doi: 10.30987/1999-8775-2021-6-23-29.

9. Скачков А.Н., Василевский В.В., Юхневский А.А. Экспериментальный способ определения низшей частоты изгибных колебаний кузова пассажирского вагона в вертикальной плоскости на основе идентификации его изгибной жестко-

сти. *Вестник Брянского государственного технического университета*. 2020; 9(94): 35–46. doi: 10.30987/1999-8775-2020-9-35-46.

10. Малинкович М.Д. Синтез некоторых передаточных механизмов. *Вестник Брянского государственного технического университета*. 2005; 2(6): 69–73.

REFERENCES

1. Popov IP. Reactances and susceptances of mechanical systems. *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 2021;70: 64–75. doi: 10.17223/19988621/70/6.
2. Popov IP. Symbolic representation of forced oscillations of branched mechanical systems. *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 2021;72:118–130. doi: 10.17223/19988621/72/10
3. Popov IP, Paryshev DN, Iltyakov AV, Moiseev OYu, Mosin AA, Kharin VV. Spontaneous capacitive-inert oscillations in systems of railway automation and telemechanics. *Transport of the Urals*. 2019;2(61):45-48. doi: 10.20291/1815-9400-2019-2-45-48.
4. Popov IP. Flywheel for machines with weight restrictions. *Transport Engineering*. 2022;7(7):19–23. doi: 10.30987/2782-5957-2022-7-19-23.
5. Evseev DG, Sarychev YuN, Bepalko SV. Mathematical model of the car shock absorber based on viscous friction. *Transport Engineering*. 2022;1-2(1-2):89-95. doi: 10.30987/2782-5957-2022-01-02-89-95.
6. Evseev DG, Sarychev YuN, Bepalko SV. Study of vibrations of a passenger car equipped with elasto-

meric dampers. *Transport Engineering*. 2022;6(6):30-41. doi: 10.30987/2782-5957-2022-6-30-41.

7. Shchetinin VS, Sablin PA. Interaction of spatial oscillations with roughness of surface worked by example of turning. *Bulletin of Bryansk State Technical University*. 2021;1(98):4-9. doi: 10.30987/1999-8775-2021-1-4-9.
8. Gasparov ES, Gasparova LB, Markosyan GA. Vibratory activity investigation of grinding machine electric spindles. *Bulletin of Bryansk State Technical University*. 2021;6(103):23–29. doi: 10.30987/1999-8775-2021-6-23-29.
9. Skachkov AN, Vasilevskiy VV, Yukhnevskiy AA. Calculation-experimental method for definition of lowest frequency in bending vibrations of coach car body in vertical plane based on identification of its bending stiffness. *Bulletin of Bryansk State Technical University*. 2020;9(94):35-46. doi: 10.30987/1999-8775-2020-9-35-46.
10. Malinkovich MD. Synthesis of some transfer mechanisms. *Bulletin of Bryansk State Technical University*. 2005;2(6):69–73.

Информация об авторе:

Попов Игорь Павлович – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Технология машиностроения, металлорежущие станки и инструменты» Курганского государственного универ-

ситета, г. Курган, ул. Советская, 63, 640020, тел.: 8-905-852-81-21, e-mail: ip.popow@yandex.ru, AuthorID-РИНЦ: 655616.

Popov Igor Pavlovich – Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of the Department of Mechanical Engineering Technology, Metal-Cutting Machines

and Tools at Kurgan State University, 63, Sovetskaya Street, Kurgan; phone: 8-905-852-81-21, e-mail: ip.popow@yandex.ru, AuthorID-RSCI: 655616.

**Статья опубликована в режиме Open Access.
Article published in Open Access mode.**

Статья поступила в редакцию 16.08.2022; одобрена после рецензирования 27.09.2022; принята к публикации 21.11.2022. Рецензент – Хандожко А.В., доктор технических наук, профессор кафедры «Металлорежущие станки и инструменты» Брянского государственного технического университета, главный редактор журнала «Транспортное машиностроение».

The article was submitted to the editorial office on 16.08.2022; approved after review on 27.09.2022; accepted for publication on 21.11.2022. The reviewer is Khandozhko A.V., Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Metal Cutting Machines and Tools at Bryansk State Technical University, Editor-in-Chief of the journal *Transport Engineering*.