Транспортное машиностроение. 2026. № 10(58). С. 25-40. ISSN 2782-5957 (print)
Transport Engineering. 2026. no. 10(58). P. 25-40. ISSN 2782-5957 (print)

Транспортные системы
Transport systems

Научная статья
Статья в открытом доступе
УДК 656.022
doi: 10.30987/2782-5957-2026-10-25-40

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗВИТИЯ ЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ НАЗЕМНОГО ТРАНСПОРТА В УСЛОВИЯХ ОЧАГОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНОГО СПРОСА СЕВЕРНЫХ РЕГИОНОВ НА ОСНОВЕ ИНВЕРТИРОВАННО-ВЗВЕШЕННОЙ ДИАГРАММЫ ВОРОНОГО

Дмитрий Владимирович Кузьмин[1], Вера Владимировна Багинова[2]
[1,2] Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва, Россия
[1] kuzminmiit@yandex.ru; https://orcid.org/0000-0002-0585-393X
[2] baginovavv@gmail.com; https://orcid.org/0000-0002-6289-1078

Аннотация

В статье рассмотрена проблема моделирования пространственного развития линейных объектов наземного транспорта в специфических условиях северных регионов. Для решения задачи использован аппарат комбинаторной геометрии, в частности - диаграммы Вороного. Описана эволюция предлагаемой модели: от базового варианта и инверсии диаграммы до учета транспортного спроса и потенциала потребителей.

Цель исследования: Разработка математической модели транспортно-территориального баланса, позволяющей определять оптимальную конфигурацию трассы в условиях рассредоточенного спроса, характерного для северных территорий.

Задача, решению которой посвящена статья: Научное обоснование пространственной организации линейных объектов наземного транспорта в условиях децентрализованного, очагового распределения транспортного спроса.

Методы исследования: Растровое моделирование, комбинаторная геометрия (диаграммы Вороного), алгоритмы поиска пути в дискретных пространствах, объектно-ориентированное программирование.

Новизна работы: 1. Предложена модификация геометрической модели Вороного, обеспечивающая ее практическое приложение к задаче пространственного развития линейных объектов в рамках проектных изысканий; 2. Выявлен и описан эффект геометрического искажения трассы при использовании инвертированных взвешенных диаграмм Вороного в случаях игнорирования крупных потребителей;
3. Введён параметр транспортно-территориального баланса – баланса между предпочтением в трассировании через потребителя ($\gamma = 0$) и трассированием по границе инвертировано – взвешенной диаграммы Вороного ($\gamma = 1$), промежуточные значения γ являются компромиссом между этими положениями.

Результаты исследования и выводы: Использование инвертированно-взвешенных диаграмм Вороного является эффективным инструментом поддержки принятия решений на предынвестиционной стадии проектирования транспортных объектов в северных регионах. Модель обладает гибкостью настройки: варьирование параметров спроса и потенциала потребителей позволяет проектировщику находить компромисс между различными вариантами трассирования в рамках проектных изысканий. Разработанная модель прошла успешную программную апробацию на примере полигона, представляющего собой фрагмент Печорского угольного бассейна в районе города Воркута. Серия программных экспериментов на реальных географических данных позволила подтвердить адекватность предлагаемой модели и верифицировать предложенный математический аппарат.

Ключевые слова: моделирование, путь, пространство, инфраструктура, диаграмма Вороного.

Ссылка для цитирования:
Кузьмин Д.В. Моделирование пространственного развития линейных объектов наземного транспорта в условиях очагового распределения транспортного спроса северных регионов на основе инвертированно-взвешенной диаграммы Вороного/ Д.В. Кузьмин, В.В. Багинова // Транспортное машиностроение. – 2026. – № 10. – С. 25-40. doi: 10.30987/2782-5957-2026-10-25-40.

© Кузьмин Д. В., Багинова В. В., 2026

Original article
Open Access Article

MODELING OF SPATIAL DEVELOPMENT OF LINEAR GROUND TRANSPORT FACILITIES IN CONDITIONS OF FOCAL DISTRIBUTION OF TRANSPORT DEMAND IN NORTHERN REGIONS BASED ON INVERTED-WEIGHTED VORONOI DIAGRAM

Dmitry Vladimirovich Kuzmin[1], Vera Vladimirovna Baginova[2]
[1,2] Russian University of Transport (MIIT), Moscow, Russia
[1] kuzminmiit@yandex.ru; https://orcid.org/0000-0002-0585-393X
[2] baginovavv@gmail.com; https://orcid.org/0000-0002-6289-1078

Abstract

The paper considers the problem of modeling the spatial development of linear ground transport facilities in the specific conditions of northern regions. To solve the problem, the apparatus of combinatorial geometry is used, in particular, Voronoi diagrams. The evolution of the proposed model is described: from the basic version and the inversion of the diagram to taking into account transport demand and consumer potential.

The study objective is to develop a mathematical model of transport-territorial balance that makes it possible to determine the optimal route configuration under conditions of dispersed demand typical of northern territories.

The task the paper is devoted is the scientific substantiation of the spatial arrangement of linear ground transport facilities in the context of a decentralized, focal distribution of transport demand.

The research methods: bit-map modeling, combinatorial geometry (Voronoi diagrams), algorithms for finding paths in discrete spaces, object-oriented programming.

The novelty of the work: 1. A modification of Voronoi geometric model is proposed, enabling its practical application to the problem of spatial development of linear objects within projects; 2. the effect of geometric distortion of the route is identified and described when using inverted weighted Voronoi diagrams in cases where big consumers are ignored; 3. the parameter of the transport-territorial balance is introduced which is the balance between the preference in tracing through the consumer ($\gamma = 0$) and tracing along the border of the inverted–weighted Voronoi diagram ($\gamma = 1$), the intermediate values of γ are a compromise between these provisions.

The research results and conclusions: The use of inverted-weighted Voronoi diagrams is an effective decision support tool at the pre-investment stage of designing transport facilities in northern regions. The model is flexible in terms of configuration: varying the demand parameters and consumer potential allows the designer to find a compromise between different routing options within project studies. The developed model has been successfully tested using a test site representing a part of Pechora coal basin in the area of Vorkuta town. A series of software experiments using real geographical data confirmed the adequacy of the proposed model and verified the proposed mathematical apparatus.

Keywords: modeling, path, space, infrastructure, Voronoi diagram.

Reference for citing:
Kuzmin DV, Baginova VV. Modeling of spatial development of linear ground transport facilities in conditions of focal distribution of transport demand in northern regions based on inverted-weighted Voronoi diagram. Transport Engineering. 2026;10:25–40. doi: 10.30987/2782-5957-2026-10-25-40.

Введение

Анализ отечественного и зарубежного опыта организации работы транспортных систем северных регионов позволяет сделать несколько ключевых выводов, определяющих специфику их транспортного обеспечения. Для северных регионов характерны две следующие особенности: Первое – выраженное рассредоточение транспортных потребителей (населенных пунктов, промышленных объектов, добывающих предприятий и т.д.). Второе – низкая плотность населения и, как следствие, смещение транспортного спроса в сторону грузовых перевозок, т.е. первоочередное удовлетворение спроса добывающих предприятий, а не населения.

Таким образом, возникает проблема учета пространственного распределения транспортного спроса при решении задачи трассирования новых линейных объектов наземной транспортной инфраструктуры в условиях северных регионов.

Различные аспекты проблем оценки и прогнозирования транспортного спроса подробно рассмотрены во множестве работ отечественных [1–6] и зарубежных ученых [7–9]. Обобщая выводы перечисленных научных работ, можно заключить, что транспортный спрос конфигурируется множеством факторов, среди которых наиболее значимыми являются производственный потенциал региона, количество и плотность населения, объем, перспективной для разработки, ресурсной базы. Учитывая сырьевую ориентацию экономики регионов Севера наиболее перспективным вариантом оценки транспортного спроса является методика оценки ожидаемого спроса на транспортные услуги в минерально-сырьевом комплексе [3]. Данная методика учитывает отраслевую специфику (добыча угля, нефти, руды), экономические и производственные факторы (цены на сырье, объемы добычи), а также характеристику инфраструктурного комплекса региона и региональные особенности. Прогнозирование транспортного спроса основано на сценарном подходе (базовый, оптимистичный и пессимистичный), каждый из которых определяется динамикой инвестиционного участия при освоении месторождения и макроэкономической конъектурой, определяющей рост или падение добычи. Ключевые факторы, определяющие уровень спроса: экономические (динамика цен на сырье, инвестиционная активность в отрасли), производственные (объемы добычи и переработки), инфраструктурные (характеристика наземной транспортной сети), региональные особенности (география месторождений, удаленность от транспортных узлов, климатические условия). Помимо этого, учитывается сезонность и цикличность добычи.

Вопрос оценки и прогнозирования транспортного спроса не является предметом внимания текущей работы. В рамках данного исследования фактическая оценка и прогнозирование транспортного спроса обобщены и сводятся к получению количественной оценки, прямо или косвенно характеризующей пространственную значимость транспортного потребителя. Стоит отметить, что транспортная стратегия в вопросах развития единой опорной сети руководствуется принципом опережающего планирования и строительства магистральной транспортной инфраструктуры. Согласно данного принципа решение о реализации крупных инвестиционных проектов осуществляются только при наличии перспективного спроса на перевозки на период свыше 10 лет с учетом планов использования на следующие 20...30 лет [10].

Материалы, модели, эксперименты и методы

Простейшая модель транспортного зонирования полигона может быть построена с использованием диаграммы Вороного. Определение площадей и конфигурации получаемых зон в этом случае происходит с помощью аргументов геометрического характера.

Пусть в рамках рассматриваемого полигона имеется некоторое количество транспортных потребителей (предприятий, населенных пунктов и т.д.):

$$S = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}, \quad P_i \in R^{\mathbb{2}}\,. \tag{1}$$

Полигон $R^{\mathbb{2}}$ разделяется на области V каждая из которых соответствует одному из множества потребителей P_i:

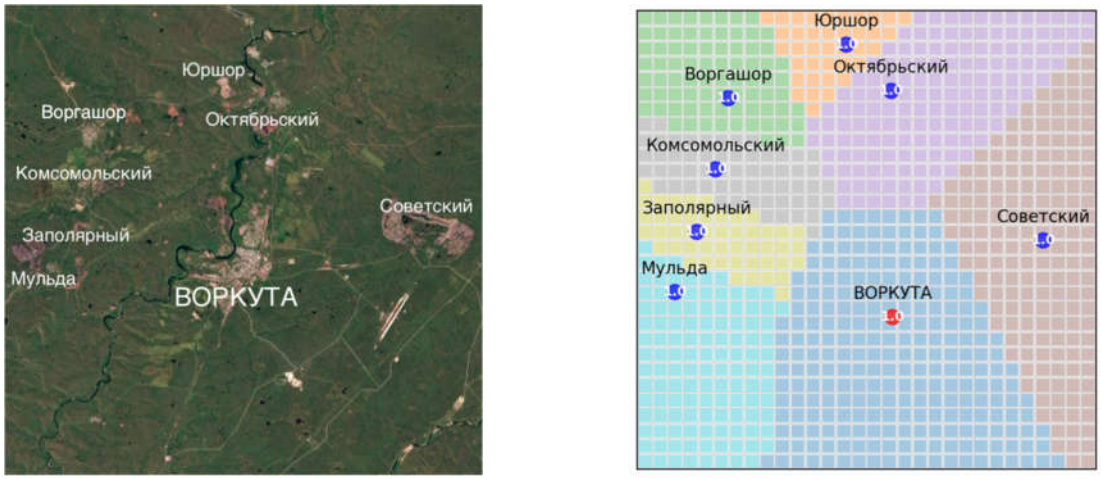
$$V(P_i) = \left\{ x \in R^{\mathbb{2}} \mid \forall j \neq i\colon\ d(x, P_i) \leq d\left(x, P_j\right) \right\}, \tag{2}$$

где $d(x, P)$ – евклидово расстояние между точками x и P.

Каждая область $V(P_i)$ содержит все точки ближайшие к P_i, чем к любому другому потребителю. Таким образом, геометрия области определяется минимальным расстоянием, а границы областей геометрической равноудаленностью от транспортного потребителя.

Рассмотрим пример использования диаграмм Вороного в рамках полигона – фрагмента Печорского угольного бассейна в районе города Воркута. Данный полигон интересен комбинацией двух составляющих, формирующих транспортный спрос, компонентов: множества добывающих

предприятий и антропогенной нагрузкой (в рамках примера использованы синтетические данные, отражающие транспортный спрос г. Воркута и его спутников). Представим данный полигон в виде дискретного пространства размерностью 50 на 50 отдельных территориальных единиц. Так как в базовом виде диаграмма Вороного учитывает только геометрические аргументы, площади и конфигурации зон формируются без учета транспортного спроса, рис. 1.



а) *б)*

Рис. 1. Диаграмма Вороного, построенная на принципе геометрической близости к потребителю: а – карта полигона; б – полученная диаграмма Вороного

Fig. 1. Voronoi diagram based on the principle of geometric proximity to the consumer: a – polygon map; b –resulting Voronoi diagram

Каждая отдельная территориальная единица окрашена в цвет своего ближайшего потребителя. Несмотря на примитивность принципа зонирования, данное решение позволяет определить области транспортной принадлежности. В данном случаем, при решении задачи трассирования, с целью максимального удовлетворения спроса наиболее предпочтительным вариантом является трассирование по границам полученных зон.

Очевидно, что использование исключительно геометрических аргументов при транспортном зонировании полигона было бы некорректным. Каждый из транспортных потребителей, помимо координатного расположения, характеризуется объемом транспортного спроса:

$$V(P_i) = \{ x \in R^2 \mid \forall j \neq i: \; d(x, P_i) - w_i \leq d(x, P_j) - w_j \}, \quad (3)$$

где w_i – вес соответствующей точки P_i, $w_i \geq 0$.

Так как фактические или прогнозные данные спроса различных транспортных потребителей могут существенно расходиться по масштабу, для их практического использования целесообразным представляется нормирование величин спроса, т.е. приведение к единому диапазону весов. В рамках серии экспериментов с моделью нормированные значения транспортного спроса определялись в логике $w_i = w_{min} + (w_{max} - w_{min}) \frac{D_i - D_{min}}{D_{max} - D_{min}}$, где $w_i \in [w_{min}, w_{max}]$ определялся в границах диапазона нормированных значений $w_{min} = 0.1, \quad w_{max} = 5.0$.

Удовлетворение транспортного спроса должно быть обеспечено соответствующими решениями в части расположения транспортной инфраструктуры, т.е. потребитель с наибольшим транспортным спросом должен иметь наиболее благоприятные условия в части доступа к трассе. Иными словами, наиболее значимый потребитель должен иметь наименьшее удаление от транспортной инфраструктуры. Если эволюционно развивать данную мысль в сочетании с трассированием по границам областей, то возникает парадокс следующего характера – потребители с большим транспортным спросом, имеют наибольшие зоны и, соответственно, находятся дальше от проектируемой трассы,

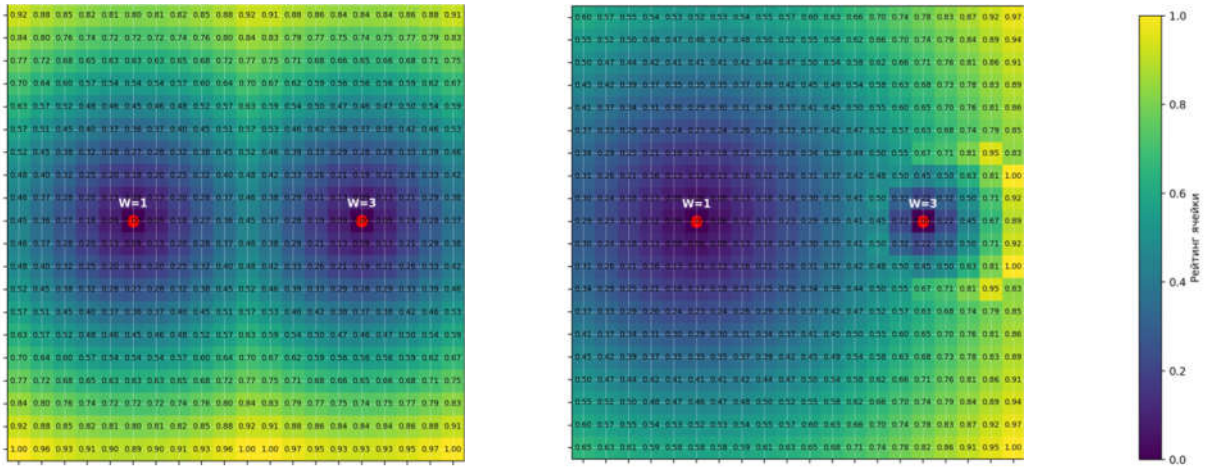
что нарушает логику транспортно-территориального баланса. В данном случая трасса фактически тяготеет к потребителям с наименьшим спросом.

$$V(P_i) = \left\{ x \in R^2 \;\middle|\; \forall j \neq i: \frac{1}{w_i} d(x, P_i) \leq \frac{1}{w_j} d(x, P_j) \right\}. \quad (4)$$

Таким образом, при увеличении w_i область $V(P_i)$ уменьшается. В качестве альтернативы такому подходу может быть использован прием с использованием отрицательных весов $w_i < 0$:

$$V(P_i) = \left\{ x \in R^2 \mid \forall j \neq i: d(x, P_i) + w_i \leq d(x, P_j) + w_j \right\}. \quad (5)$$

Таким образом, инвертированная взвешенная диаграмма Вороного, в контексте транспортного спроса определяет не области транспортной принадлежности, как в случае с использованием геометрических аргументов близости точки и потребителя, а зоны приоритета в транспортном обслуживании. В данном случае логика трассирования по границам не нарушается, так как проектируемая трасса тяготеет к более значимому потребителю. Визуализация сравнения двух описанных моделей приведена на рис. 2.



а) *б)*

Рис. 2. Визуализация базового и инвертировано-взвешенного вариантов диаграммы Вороного в дискретном пространстве (20×20):
а – базовый вариант. Границы областей и рейтинги ячеек определяются с учетом исключительно геометрического аргумента;
б – инвертировано-взвешенный вариант. Границы областей и рейтинги ячеек определяются с учетом веса точки (спроса потребителя) и геометрического аргумента

Fig. 2. Visual representation of the basic and inverted-weighted variants of Voronoi diagram in a discrete space (20×20): a – basic variant. The boundaries of the regions and cell ratings are determined taking into account only the geometric argument; b – inverted-weighted variant. The boundaries of the regions and cell ratings are determined taking into account the weight of the point (consumer demand) and the geometric argument

Визуализация наглядно показывает, как меняется пространственное распределение рейтинга ячеек и границ областей при различных вариантах реализации диаграммы. Числовое значение рейтинга ячейки в обоих случая – нормированное расстояние от центра ячейки до соответствующей точки (от центра отдельной территориальной единицы до соответствующего потребителя) деленное на максимальное расстояние в рамках ее области.

В базовом варианте рейтинг определяется исключительно евклидовым расстоянием:

$$r(C) = \frac{d(C, P_{k^*})}{D_{max}}, \quad (6)$$

где $C \in R^2$ – центр ячейки, принадлежащей полигону рассмотрения, $d(C, P_k)$ –

евклидово расстояние между центром ячейки C и ближайшей к ней точкой P_k, $k^* = \arg\min_k d\,(C, P_k)$; D_{max} – максимальное расстояние до границы соответствующей области.

В инвертировано-взвешенном варианте определение ближайшей точки происходит с учетом ее значимости (размера транспортного спроса). Каждой точке P_k соответствует вес $w_k > 0$.

$$k^* = \arg\min_k [d(C, P_k) w_k]. \qquad (7)$$

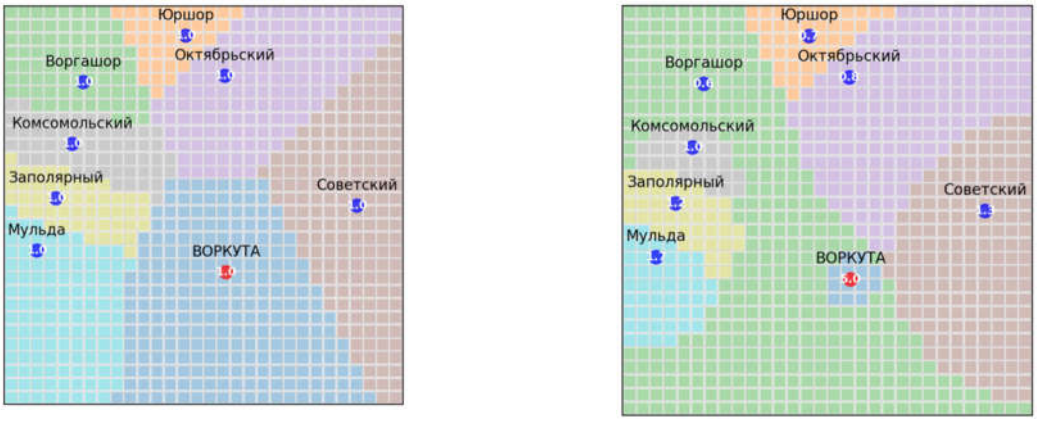
Определение максимального расстояния в рамках соответствующей области, без учета веса:

$$D_{max} = \max_{C' \in V_w(P_{k^*})} d\,(C', P_{k^*}), \qquad (8)$$

где $V_w(P_{k^*})$ – область инвертировано – взвешенной диаграммы для точки P_{k^*}. Таким образом реализуется логика формирования области – чем больше вес, тем меньше область.

Таким образом, логика распределения рейтинга ячеек внутри их областей для обоих вариантов одинакова $r(C) \in [0,1]$. В центре области рейтинг ячейки $r(C) = 0$, а на границе $r(C) = 1$.

Пример использования инвертировано-взвешенной диаграммы и сравнение ее с базовым вариантом приведен на рис. 3.



а) *б)*

Рис. 3. Применение базового и инвертировано-взвешенного варианта диаграммы Вороного: а – базовый вариант; б – инвертировано–взвешенный вариант

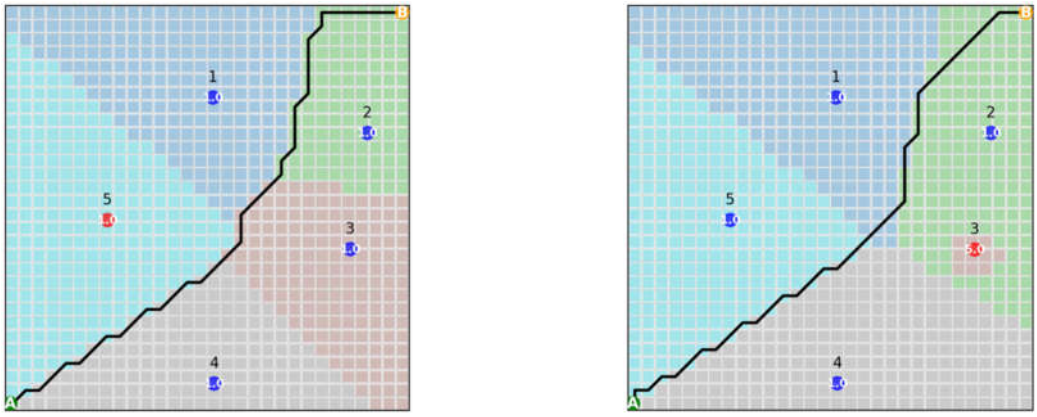
Fig. 3. Application of basic and inverted-weighted variant of Voronoi diagram: a – basic variant; b – inverted-weighted variant

Ряд экспериментов с базовым и инвертировано-взвешенным вариантом диаграммы показали, что ее применение имеет область ограниченного использования. Качество трассирования напрямую определяется конфигурацией транспортных потребителей в части количества, расположения и их весовой характеристики. Так при наличии крупных потребителей, существенно доминирующих в рамках рассматриваемого полигона, их области могут быть сформированы настолько компактно, что будут проигнорированы алгоритмом поиска при трассировании. Так как приграничные ячейки имеют больший рейтинг, алгоритм поиска будет отдавать предпочтение границам малых центров, в силу значительных пространственных размеров их областей. Наблюдаемый эффект можно назвать парадоксом игнорирования крупных центров.

Рассмотрим данный парадокс в рамках серии экспериментов по поиску пути в дискретном пространстве. Разделим полигон на отдельные территориальные единицы, таким образом, чтобы размерность дискретного пространства составляла 30×30 ячеек. Обозначим в рамках полигона местоположение 5 потребителей. Суть эксперимента заключается в диагональном пересечении полигона трассой. Стартовая ячейка A (0, 0), целевая B (29, 29). Выполним поиск с использованием алгоритма Дейкстры с возможностью диагонального пересечения ячеек. В первом случае границы потребления будут определены базовым вариантом во втором – инвертировано-взвешенным.

В базовом варианте спрос потребителей равный, т.е. не учитывается, соответственно конфигурация сформированных областей в части площадей и границ определяется исключительно критерием координатной близости. Почти вся полученная трасса проходит по границам областей, за исключением небольших участков, подводящих к стартовой и финишной вершине.

В инвертировано-взвешенном варианте точка-потребитель № 3 имеет собственный условный спрос на транспортное обеспечение – 5.0. Спрос других точек равный и составляет 1.0. Из результатов эксперимента видно, что несмотря на доминирование данного потребителя, в части спроса на транспортное обеспечение, трасса проходит на значительном удалении от него. Очевидно, что такой вариант трассирования нарушает логику близости (предоставления приоритетной доступности к транспортной инфраструктуре) к потребителю с большим спросом.



а) *б)*

Рис. 4. Результаты эксперимента по пограничному трассированию в условиях базовой и инвертировано-взвешенной диаграммы Вороного:
а – базовый вариант; б – инвертировано-взвешенный вариант

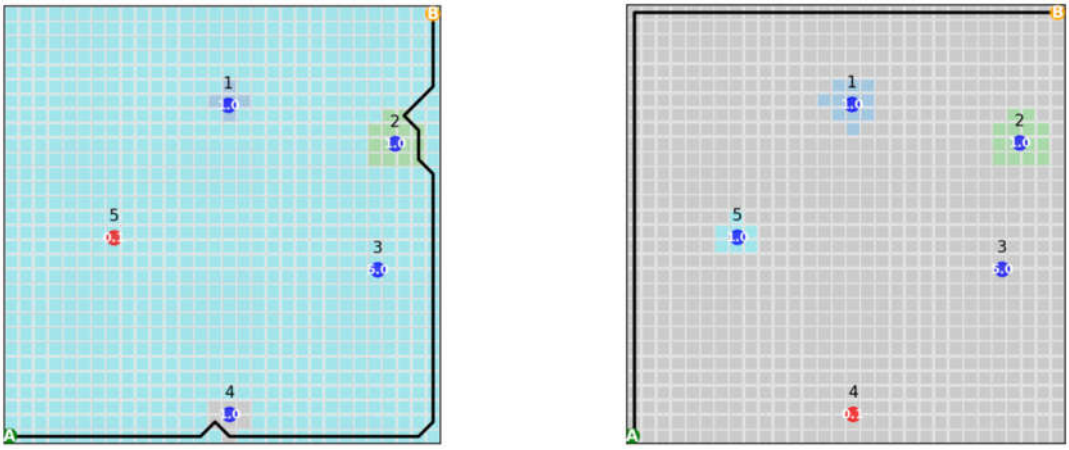
Fig. 4. Results of the experiment on boundary tracing in the conditions of basic and inverted-weighted Voronoi diagram: a – basic variant; b – inverted-weighted variant

то при $w_k \to \infty$, область $V_w(P_k)$ будет стремится к точке P_k, то есть становится очень компактной $\lim_{w_k \to \infty} \text{Area}\left(V_w(P_k)\right) \to 0$. Другими словами, в пределе, если вес точки растет, ее область исчезает и в рамках дискретного пространства может соответствовать единственной ячейке, занимаемой самой точкой-потребителем.

Более того, при рассмотрении потребителей с выраженным малым спросом, формируемая ими область может быть настолько значительной, что наиболее предпочтительным вариантом трассирования будет не сквозное трассирование через кластер условных потребителей, а обход рассматриваемого полигона по периметру. Данные искажения представлены на рис. 5.

Искажения трассы, представленные на рисунке, еще контрастнее демонстрируют эффект игнорирования крупных потребителей. При наличии точек с малым объемом потребления их области занимают значительную часть полигона. В крайних случаях покрывается весь полигон за исключением небольших включений – областей соседствующих потребителей.

Природа данного эффекта заключается в обратно пропорциональном механизме формирования областей. Так как при $w_i \gg w_j$ область $V_w(P_i)$ значительно меньше $V_w\left(P_j\right)$, границы малых центров смещаются к границам полигона и именно приграничные ячейки полигона наиболее предпочтительны алгоритмом при поиске пути. Одним из решений данной проблемы может являться исключение малых центров из рассмотрения.



а) *б)*

Рис. 5. Результаты эксперимента по пограничному трассированию в условиях инвертировано-взвешенной диаграммы Вороного: а – конфигурация «потребитель – спрос»: 1 – 1.0; 2 – 1.0; 3 – 5.0; 4 – 1,0; 5 – 0.1; б – конфигурация «потребитель – спрос»: 1 – 1.0; 2 – 1.0; 3 – 5.0; 4 – 0,1; 5 – 1.0

Fig. 5. Results of boundary tracing experiment in the conditions of an inverted-weighted Voronoi diagram: a consumer–demand configuration: 1 – 1.0; 2 – 1.0; 3 – 5.0; 4 – 1,0; 5 – 0.1; b – consumer–demand configuration: 1 – 1.0; 2 – 1.0; 3 – 5.0; 4 – 0,1; 5 – 1.0

Проявление данных эффектов позволяет сделать вывод – использование комбинации «геометрия – значимость» в данной реализации при зонировании полигона не обеспечивает отсутствие принципиальных искажение результатов трассирования, а модель требует доработки в части учета дополнительно потенциала притяжения к точкам с большим спросом.

Для устранения эффекта игнорирования крупных центров при поиске пути необходимо учитывать расчётный параметр, который позволит избежать вышеописанных искажений трассы. Учитываемый потенциал должен корректировать стоимость прохождения ячеек, находящихся вблизи крупного потребителя в сторону снижения, даже если они не попадают в область их покрытия на диаграмме Вороного и таким образом балансировать между территориальным делением областей и реальным спросом транспортных потребителей.

Стоимость прохождения ячейки (рейтинг) по границе области определяется обратно пропорционально расстоянию от формирующего область центра, т.е. чем ближе ячейка к границе своей области, тем выше ее рейтинг:

$$c_1(g) = 1 - d(g), \qquad (10)$$

где $d(g)$ – нормированное расстояние ячейки g до границы своей области, принимающее значение от 0 в центре до 1 на границе:

$$d(g) = \frac{\rho(g, p_{k^*})}{max_{g' \in V(p_{k^*})} \rho(g', p_{k^*})}, \qquad (11)$$

где $\rho(g, p_{k^*})$ – евклидово расстояние от ячейки g до ближайшей точки (потребителя) p_{k^*}; $V(p_{k^*})$ – соответствующая область диаграммы; $max_{g' \in V(p_{k^*})} \rho(g', p_{k^*})$ – максимальное расстояние от p_{k^*} до границы области.

Сформулируем потенциал притяжения к крупным потребителям:

$$a(g) = \min_i \left(\frac{\rho(g, p_i)}{w_i} \right). \qquad (12)$$

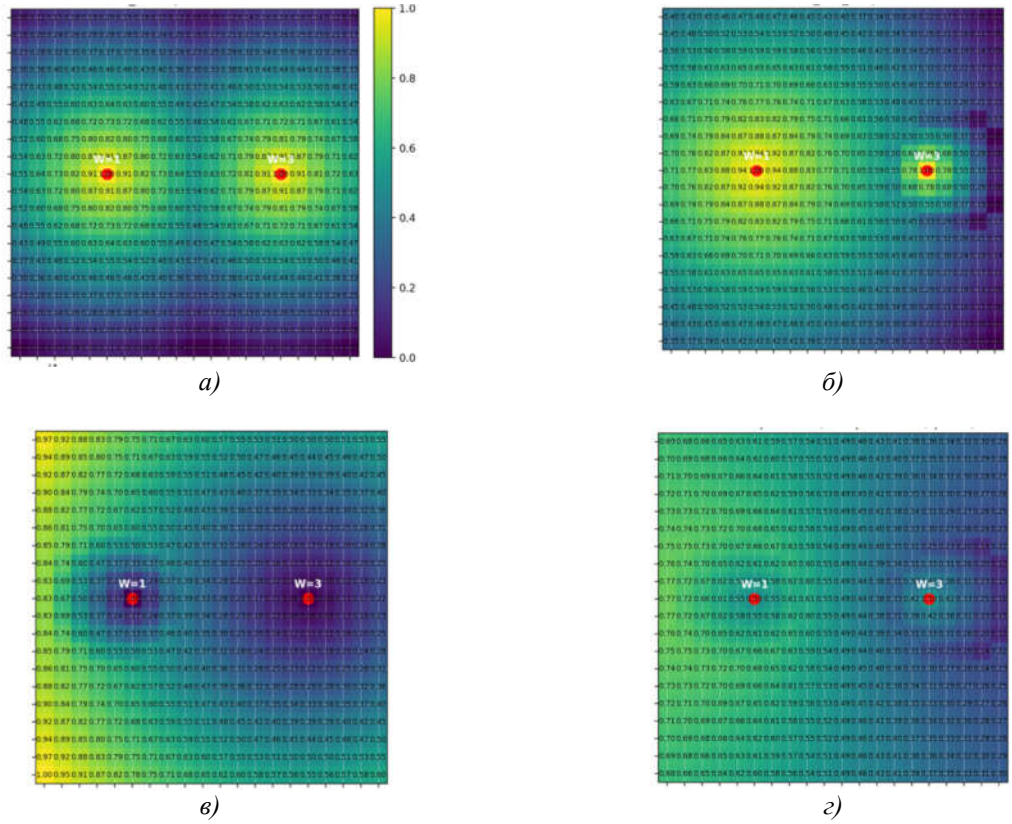
Для каждой ячейки вычисляется отношение расстояния до каждой точки p_i к ее весу w_i. Выбирается минимум по всем точкам, т.е. ячейка находится в зоне притяжения ближайшей точки (потребителя). Чем больше вес w_i, тем сильнее притяжение точки p_i. Потенциал нормируется 0,1 по всей сетке для возможности сопоставления с другими компонентами.

Итоговая сбалансированная стоимость выражается:

$$c(g) = \gamma c_1(g) + (1 - \gamma) a(g), \qquad (13)$$

где $\gamma \in [0,1]$ – параметр баланса между учетом сформированных границ инверти-

ровано-взвешенной диаграммы Вороного $c_1(g)$ и потенциалом притяжения к крупным потребителям $a(g)$. Таким образом при $\gamma = 1$ трассирование выполняется только по границе областей, а при $\gamma = 0$ только через крупных потребителей. Соответственно сбалансированное решение по трассированию находится в границах $0 < \gamma < 1$.



а) *б)*

в) *г)*

Рис. 6. Формирование матрицы стоимости ячеек при различных вариантах реализации диаграммы: а – базовый вариант (наименьшая стоимость по границам областей); б – инвертировано-взвешенный вариант (наименьшая стоимость по обратно- взвешенным границам областей, $\gamma = 1$); в – притяжение к крупным центрам (стоимость уменьшается при приближении к центрам, $\gamma = 0$); г – инвертировано-взвешенный вариант. (наименьшая стоимость по обратно-взвешенным границам областей с учетом притяжения центров, $\gamma = 0{,}5$)

Fig. 6. Formation of the cell cost matrix under various diagram options: a – basic variant (lowest cost along the area boundaries); b – inverted-weighted variant (lowest cost along the inverse -weighted area boundaries, γ = 1); c – attraction to large centers (cost decreases as proximity to the centers increases, γ = 0); d – inverted-weighted variant (the lowest cost based on inverse-weighted boundaries of the areas, taking into account the attraction of the centers, γ = 0.5)

Матрица «г» представляет среднее между двумя эффектами: тяготения к границам областей и тяготения к центрам. Учитываемый потенциал обеспечивает адаптивность модели, позволяет корректно совмещать геометрическую характеристику сформированной диаграммы Вороного и значимость рассматриваемых потребителей.

Так как путь между A и B балансирует между границами областей инвертировано – взвешенной диаграммы Вороного и притяжением основных потребителей существует диапазон решений в части оценки пространственного развития трассы по данным критериям. Значение $\gamma \in [0,1]$ для каждого конкретного случая определяется целями, ограничениями и предпочтениями лица, принимающего решение. Для формализации процесса анализа компромисса между вышеперечисленными критериями может быть проведена простая оптимизация путем направленного перебора $\gamma \in [0,1]$ с определенным шагом.

Для каждой γ с помощью алгоритма поиска в графе определяется оптимальный путь L_γ между заданными точками A и B в рамках рассматриваемого дискретного пространства, минимизирующий суммарную стоимость:

$$L_\gamma = \arg\min_{L:A\to B} \sum_{g\in L} c(g). \quad (14)$$

Для каждого пути вычисляются: суммарная стоимость $C(\gamma)$:

$$C(\gamma) = \sum_{g\in L_\gamma} c(g). \quad (15)$$

И среднее расстояние до точек с максимальным весом $D(\gamma)$:

$$D(\gamma) = \frac{1}{|L_\gamma|} \sum_{g\in L_\gamma} \min_{i:w_i=w_{max}} \rho(g,p_i). \quad (16)$$

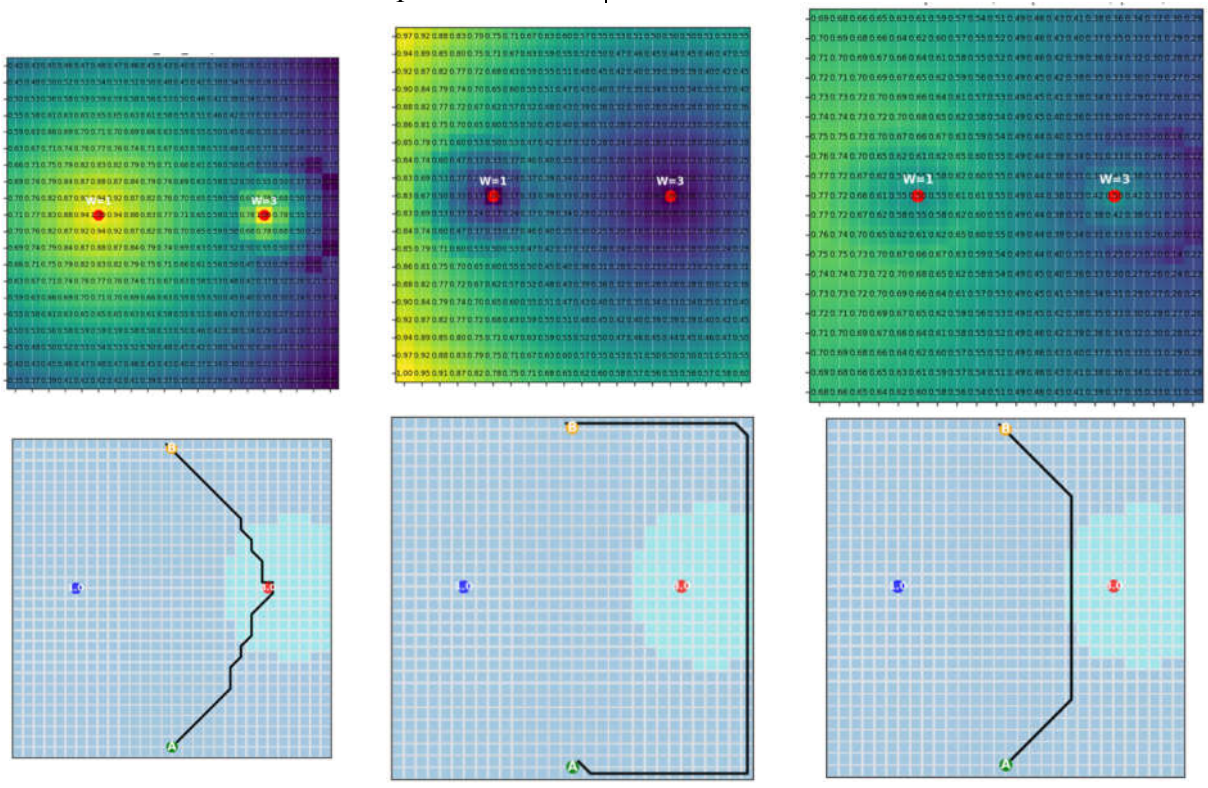
В данном случае рассматривается простейший вариант учета точки или множества точек с максимальным весом, однако на практике, транспортные потребители могут быть близки по объемам транспортного спроса, но их количественные оценки значений спроса могут отличаться. Для того чтобы значимость потребителей с близким по значениям спроса к максимальному не игнорировалась при трассировании вместо минимума по точкам с максимальным весом можно использовать средневзвешенное расстояние до всех потребителей:

$$D'(\gamma) = \frac{1}{|L_\gamma|} \sum_{g\in L_\gamma} \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \rho(g,p_i), \quad (17)$$

где α_i – весовая функция, например пропорциональная w_i весу точки p_i.

Разница между данными метриками, прослеживается на рис. 8.

Данное решение можно комбинировать с фильтрацией потребителей, не прошедших весовой порог. Например, целесообразно рассматривать не всех потребителей, находящихся в рамках рассматриваемого полигона, а только тех, которые являются транспортными доминантами, например удовлетворяющих условию $w_i \geq \theta w_{max}$, где θ – минимальный порог входа в множество учитываемых потребителей, формирующих основной объем транспортного спроса полигона.



$\gamma = 0$. *Трасса проходит через основного потребителя*

$\gamma = 1$. *Трасса проходит по наиболее удаленной части границы основного потребителя*

$\gamma = 0{,}5$. *Трасса проходит по границам между областями с учетом потенциала притяжения потребителей*

Рис. 7. Результаты экспериментов по трассированию с различным значением баланса «граница/центр»

Fig. 7. Results of tracing experiments with different values of boundary/center balance

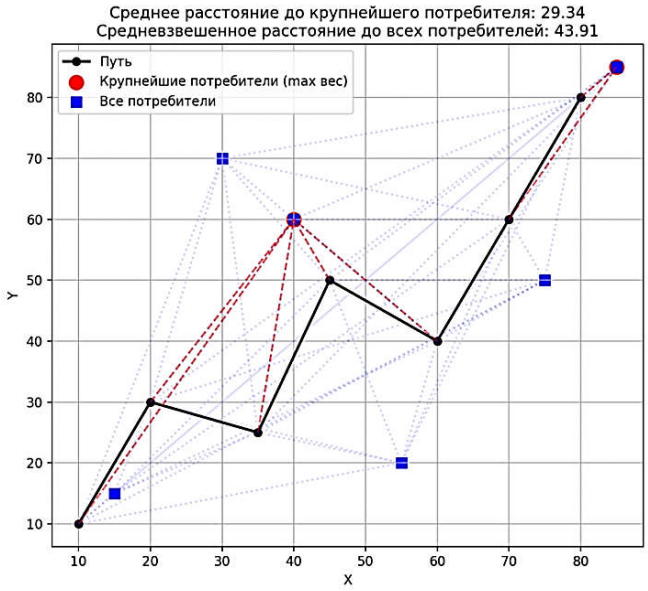


Рис. 8. Визуализация принципа определения среднего расстояния до крупнейшего потребителя и средневзвешенное расстояние до всех потребителей

Fig. 8. Visual representation of the principle for determining the average distance to the biggest consumer and the weighted average distance to all consumers

Критерии суммарной стоимости и среднего расстояния до точек с максимальным весом нормируются:

$$C_{\text{norm}}(\gamma) = \frac{C(\gamma) - \min 1_{\gamma'}\, C(\gamma')}{\max 1_{\gamma'}\, C(\gamma') - \min 1_{\gamma'}\, C(\gamma')}, \tag{18}$$

$$D_{\text{norm}}(\gamma) = \frac{D(\gamma) - \min 1_{\gamma'}\, D(\gamma')}{\max 1_{\gamma'}\, D(\gamma') - \min 1_{\gamma'}\, D(\gamma')}. \tag{19}$$

В результате вводится агрегированный критерий – взвешенная сумма:

$$M(\gamma) = \alpha C_{\text{norm}}(\gamma) + (1-\alpha) D_{\text{norm}}(\gamma), \tag{20}$$

где $\alpha \in [0,1]$ – параметр приоритета между критериями, т.е. весовой коэффициент, определяющий относительную важность каждого рассматриваемого критерия.

В результате направленного перебора значений γ с определенным шагом анализируются значения нормированных критериев $C_{\text{norm}}(\gamma)$ и $D_{\text{norm}}(\gamma)$ и взвешенной суммы $M(\gamma)$. Визуализация полученных результатов эксперимента возможна с помощью построения трехмерной диаграммы Парето-фронта, позволяющей отследить баланс между критериями.

Решение задачи поиска пути с учетом транспортно – территориального баланса требует учета совокупности критериев, характеризующих качество транспортного обеспечения рассматриваемого полигона. Многокритериальная оптимизация в данном случае позволяет получать взвешенные, сбалансированные решения учитывающие различные аспекты как самой проектируемой трассы, так и перспективных транспортных региональных эффектов. Конфигурация многокритериальной оптимизации поиска пути может быть различной и определяется исследователем в рамках специфики решаемой задачи.

Комплексность решаемой задачи, ее сложность и объемность позволяют сделать вывод о наличии объективной необходимости в разработке программного решения для многокритериального моделирования пространственного развития трассы с учетом транспортно-территориального баланса, рассматриваемого полигона.

Программа должна обеспечивать автоматический поиск оптимального и ком-

промиссного решений пространственного развития пути, гибко конфигурировать исходные параметры и критерии поиска, а также выполнять условия описанной многокритериальной оптимизации.

В рамках решения этой задачи было разработано программное обеспечение [11] с использованием следующих *Python* – библиотек: *Tkinter* [12], *NumPy* [13], *Matplotlib* [14], *Plotly* [15] и т.д.

Графический пользовательский интерфейс программы, различные элементы управления (кнопки, слайдеры, текстовые поля и выпадающие опциональные списки), а также система обмена сообщений с пользователем реализована инструментами библиотеки *Tkinter*.

Функциональное ядро, разработанной программы, реализовано инструментами библиотеки *NumPy*. Решения, предлагаемые библиотекой, использовались для построения и конфигурирования дискретного пространства сетки полигона; работы с точками - потребителями, стартовой и целевой вершиной пути; массовой обработки данных по определению расстояний, нормализации; поиску средних, максимумов и минимумов и других агрегирующих и статистических операций и т.д. Примеры генерируемого дискретного пространства с точками спроса и формируемыми областями инвертировано-взвешенной диаграммы Вороного приведены на рис. 9.

По осям графика откладываются: параметр критериального баланса γ; нормированная суммарная стоимость $C_{\text{norm}}(\gamma)$, нормированное среднее расстояние $D_{\text{norm}}(\gamma)$. Данная реализация обеспечивает современную и наглядную визуализацию результатов оптимизационного эксперта, что в совокупности с интерактивностью (возможностью вращений, приближения и т.д.) позволяет эффективно анализировать критериальные компромиссы и выбирать оптимальные решения.

Инфографическая визуализация результата оптимизационного эксперимента реализована в виде интерактивного трехмерного графика Парето – фронта критериальных компромиссов с помощью библиотеки *Plotly*. Пример инфографической визуализации оптимизационного эксперимента приведен на рис. 10.

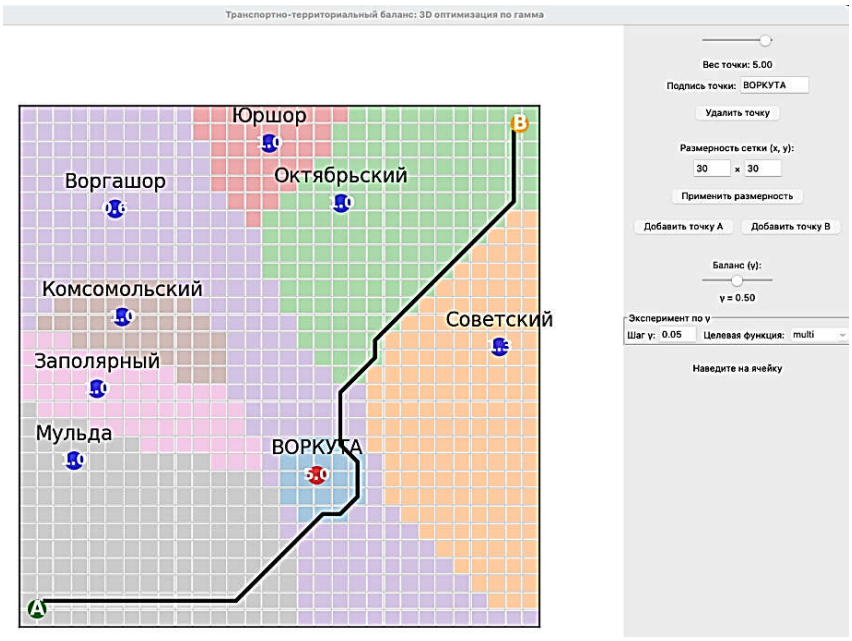
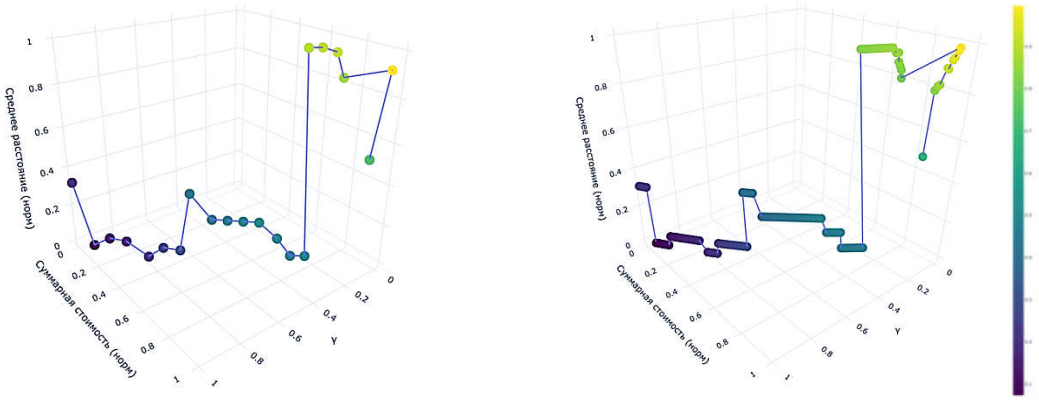


Рис. 9. Пример результата эксперимента по пространственному развитию пути между точками *A* и *B* при $\gamma = 0{,}5$

Fig. 9. Example of the experiment result on the spatial development of the path between A and B points if γ = 0.5



а) б)

Рис. 10. Пример инфографической визуализации результатов оптимизационного эксперимента в виде графика критериальных компромиссов Парето–фронта:
а – шаг перебора $\gamma \in [0,1] – 0,05$; б – шаг перебора $\gamma \in [0,1] – 0,01$

Fig. 10. Example of an infographic visualization of the optimization experiment results in the form of a graph of criterion-based Pareto front optimizations: a – search step $\gamma \in [0,1] – 0.05$; b – search step $\gamma \in [0,1] – 0.01$

Результаты

В результате направленного перебора параметра баланса γ формируется таблица с результатами нормированных значений критериев и взвешенной суммой. Пример результатов оптимизационного эксперимента, для рассматриваемой конфигурации полигона приведен в таблице.

Таблица

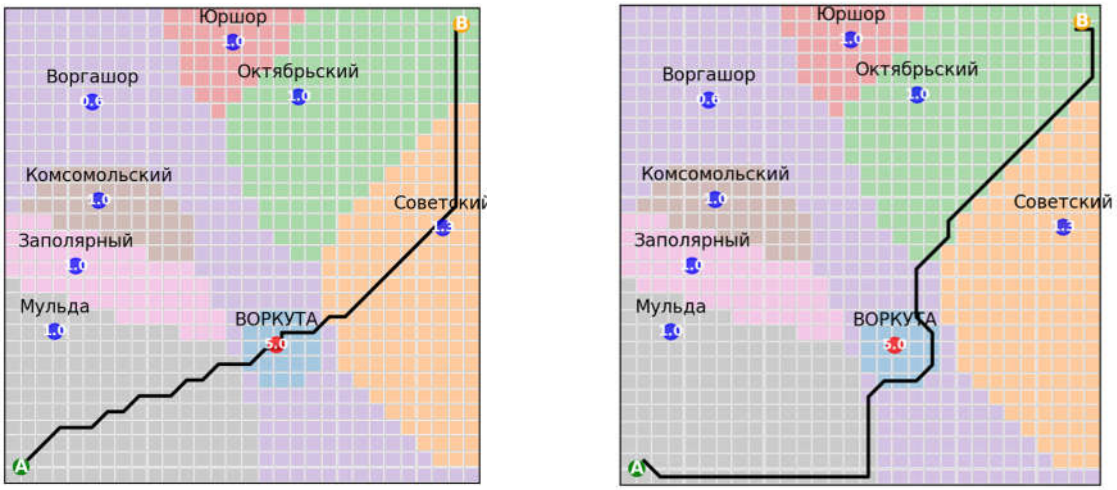
Результаты оптимизационного эксперимента

Table

Results of optimization experiment

Критериальный баланс, γ	Нормированная стоимость пути	Стоимость пути	Нормированное среднее расстояние от каждой точки пути до крупнейшего потребителя / потребителей	Среднее расстояние от каждой точки пути до крупнейшего потребителя / потребителей	Взвешенная сумма	Исходная взвешенная сумма
0.00	0.905	14.578	0.497	180.369	0.701	97.474
0.05	1.000	14.979	0.934	186.613	0.967	100.796
0.10	0.803	14.151	0.864	185.624	0.834	99.887
0.15	0.800	14.138	0.980	187.273	0.890	100.706
0.20	0.765	13.989	1.000	187.561	0.882	100.775
0.25	0.736	13.868	1.000	187.561	0.868	100.714
0.30	0.840	14.304	0.082	174.442	0.461	94.373
0.35	0.799	14.132	0.082	174.442	0.440	94.287
0.40	0.762	13.977	0.174	175.753	0.468	94.865
0.45	0.697	13.702	0.243	176.735	0.470	95.218
0.50	0.648	13.497	0.243	176.735	0.445	95.116
0.55	0.599	13.292	0.243	176.735	0.421	95.013
0.60	0.550	13.086	0.243	176.735	0.396	94.911
0.65	0.454	12.680	0.348	178.241	0.401	95.460
0.70	0.441	12.627	0.064	174.187	0.253	93.407
0.75	0.376	12.353	0.064	174.187	0.220	93.270
0.80	0.325	12.138	0.009	173.395	0.167	92.766
0.85	0.209	11.652	0.053	174.026	0.131	92.839
0.90	0.137	11.347	0.053	174.026	0.095	92.686
0.95	0.068	11.058	0.000	173.266	0.034	92.162
1.00	0.000	10.770	0.327	177.946	0.164	94.358

В первом столбце отражен критериальный баланс между предпочтением в трассировании через потребителя (γ = 0) и трассированием по границе инвертировано – взвешенной диаграммы Вороного (γ = 1), промежуточные значения γ являются компромиссом между этими критериями. В результате оптимизационного эксперимента наименьшая стоимость пути достигается при γ = 1, однако оптимальные значения среднего расстояния от каждой точки пути до крупнейшего потребителя и взвешенная сумма достигаются при γ = 0,95. Визуализация полученных результатов приведена на рис.11.



а) *б)*

Рис. 11. Визуализация полученных результатов трассирования:
а – трассирование через основные центры спроса *(γ = 0)*; б – трассирование по оптимальному нормированному значению взвешенной суммы *(γ = 0,95)*
Fig. 11. Visual representation of the obtained tracing results: a – tracing through main demand centers (γ = 0); b – tracing based on the optimal normalized value of the weighted sum (γ = 0.95)

Из результатов оптимизационного эксперимента следует, что трассирование через основные центры спроса (γ = 0) не является оптимальным решением по критерию стоимости пути, хотя и обеспечивает максимальное приближение трассы к основным потребителям и делает ее более доступной именно для них. При γ = 0,95 трасса обеспечивает сбалансированный вариант пространственного развития, так как строится с учетом совокупности критериев, преимущественно по границам областей инвертировано-взвешенной диаграммы и потенциала потребления крупнейшего потребителя в рамках рассматриваемого полигона.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Лавриненко П.А., Ромашина А.А., Степанов П.С., Чистяков П.А. Транспортная доступность как индикатор развития региона//Проблемы Прогнозирования, 2019, N 6 (177), С. 136-146.
2. Соколов Ю.И. Методология управления качеством транспортного обслуживания грузовладельцев в условиях развития конкуренции на рынке железнодорожных перевозок, 2007, С. 314.
3. Аксененко С.В. Оценка ожидаемого спроса на транспортные услуги в минерально-сырьевом комплексе области : автореферат дис. кандидата экономических наук : 08.00.05 - : кандидатская/С.В. Аксененко. – Новосибирск: Сиб. гос. ун-т путей сообщ., 2006.
4. Раевская (Широколобова) А.П. Оптимизационные методы оценки спроса на перемещение между узлами транспортной сети, 2019, С. 190.
5. Лебедева (Кравченко) О.А. Анализ Методов Моделирования Спроса На Грузовые Перевозки С Учетом Их Характеристик//Сборник Научных Трудов Ангарского Государственного Технического Университета, 2021, Т. 1, N 18, С. 108-112.
6. Соколов Ю.И., Лавров И.М. Экономическая оценка взаимосвязи уровня качества транспортного обслуживания и спроса на грузовые перевозки//Транспорт Российской Федерации. Журнал О Науке, Практике, Экономике, 2022, N 6 (103), С. 15-18.

7. Determining the factors affecting transportation demand management and selecting the best strategy: A case study | Request PDF//ResearchGate, 2024, Determining the factors affecting transportation demand management and selecting the best strategy.
8. Dušan Teodorović, Milan Janic Transportation Demand Analysis | Request PDF//Transportation Engineering. 2017. P. 523-596.
9. Martin Savelsbergh, Jean-Yves Potvin, Gilbert Laporte (PDF) Transportation on Demand: Transportation//ResearchGate, 2007, P. 429-466.
10. Транспортная стратегия Российской Федерации на период до 2030 года. - URL: https://mintrans.gov.ru/documents/3/1009 (дата обращения: 11.10.2023).
11. Патент № RU 2025685785 Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). Моделирование пространственного развития трассы с учётом транспортно-территориального баланса на основе инвертировано-взвешенной диаграммы Вороного.: N 2025680520 : заявл. 05.08.2025 / Д.В. Кузьмин ; заявитель и правообладатель Москва.
12. TkInter - Python library for creating graphical user interfaces (GUIs). - URL: https://wiki.python.org/moin/TkInter (дата обращения: 15.06.2025).
13. NumPy. The Library in Python&. - URL: https://numpy.org/ (дата обращения: 02.06.2025).
14. Matplotlib — Visualization with Python. - URL: https://matplotlib.org/ (дата обращения: 02.06.2025).
15. Plotly. Open-source graphing library that allows users to create interactive visualizations in various programming languages. - URL: https://plotly.com/python/ (дата обращения: 07.06.2025).

REFERENCES

1. Lavrinenko PA, Romashina AA, Stepanov PS, Chistyakov PA. Transport accessibility as an indicator of regional development. Studies on Russian Economic Development. 2019;6(177):136-146.
2. Sokolov YuI. Methodology of quality management of transport services for cargo owners in the context of developing competition in the railway transportation market. 2007.
3. Aksenenko SV. Assessment of the expected demand for transport services in the mineral resource complex of the region [abstract of dissertation]. [Novosibirsk (RF)]; Siberian Transport University; 2006.
4. Raevskaya (Shirokolobova) AP. Optimization methods for estimating demand when moving between units of transport network. 2019.
5. Lebedeva (Kravchenko) OA. Analysis of methods for modeling demand for freight transportation taking into account their characteristics. Bulletin of the Angarsk State Technical University. 2021;1(18):108–112.
6. Sokolov YuI, Lavrov IM. Economic assessment of the relationship between the quality level of transport services and the demand for freight transportation. Transport of the Russian Federation. 2022;6(103):15–18.
7. Determining the factors influencing the management of demand for transport services and selecting the optimal strategy: case study. | Request PDF//ResearchGate; 2024,
8. Dušan T, Milan Janic Transportation Demand Analysis. Transportation Engineering. 2017. p. 523–596.
9. Savelsberg M, Potvin J-Y, Laporte G. Transport on demand: transportation. ResearchGate. 2007.p. 429–466.
10. Transport strategy of the Russian Federation for the period up to 2030 [Internet]. [cited 2023 Oct 11]. Available from: https://mintrans.gov.ru/documents/3/1009
11. Kuzmin DV. Modeling the spatial development of the route, taking into account the transport-territorial balance based on inverted-weighted Voronoi diagram. RF Patent No. RU 2025685785. 05 Jul 2025.
12. TkInter - Python library for creating graphical user interfaces (GUIs) [Internet]. [cited 2025 Jul 15]. Available from: https://wiki.python.org/moin/TkInter
13. NumPy. A Python library& [Internet]. [cited 2025 Jul 02]. Available from: https://numpy.org/
14. Matplotlib — Visualization using Python [Internet]. [cited 2025 Jul 02]. Available from: https://matplotlib.org/
15. Plotly. Open-source graphing library that allows users to create interactive visualizations in various programming languages [Internet]. [cited 2025 Jul 07]. Available from: https://plotly.com/python/

Информация об авторах:

Кузьмин Дмитрий Владимирович – кандидат технических наук, доц., доцент кафедры «Логистика и управление транспортными системами», Российский университет транспорта, Author-ID-РИНЦ: 793979, Scopus-Author ID: 57208305058.

Багинова Вера Владимировна – доктор технических наук, профессор, и.о. заведующего кафедрой «Логистика и управление транспортными системами», Российский университет транспорта, Author-ID-РИНЦ: 266200.

Kuzmin Dmitry Vladimirovich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Logistics and Transport Systems Management, Russian University of Transport, Author-ID-RINC: 793979; Scopus-Author ID: 57208305058.

Baginova Vera Vladimirovna – Doctor of Technical Sciences, Professor, Acting Head of the Department of Logistics and Transport Systems Management, Russian University of Transport, Author-ID-RINC: 266200.

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.
Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
The authors declare no conflicts of interests.

Статья опубликована в режиме Open Access.
Article published in Open Access mode.

Статья поступила в редакцию 09.04.2026; одобрена после рецензирования 16.09.2026; принята к публикации 28.09.2026. Рецензент – Антипин Д.Я., кандидат технических наук, доцент, проректор по научной работе Брянского государственного технического университета, член редсовета журнала «Транспортное машиностроение».

The article was submitted to the editorial office on 09.04.2026; approved after review on 16.09.2026; accepted for publication on 28.09.2026. The reviewer is Antipin D.Ya., Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Vice-Rector for Scientific Work at Bryansk State Technical University, member of the Editorial Council of the journal *Transport Engineering*.