Минус-преобразования координат для сверхсветовой области пространства-времени Минковского

Minus-coordinate transformations for the superluminal region of Minkowski spacetime

Платонов А.А.
Инженер, независимый исследователь
e-mail: Lyumen.K.Flammarion@yandex.ru

Platonov A.A.
Engineer, Independent Researcher
e-mail: Lyumen.K.Flammarion@yandex.ru

Аннотация
В статье предложены новые минус-преобразования координат пространства и времени для сверхсветовой области пространства-времени Минковского, которые по способам их получения, продемонстрированным А. Эйнштейном, а также общепринятым в теории относительности, тождественны получению преобразований Лоренца для субсветовой области того же пространства-времени. Преобразования образуют группу, а потому соответствуют принципу относительности, принципу постоянства скорости света по вакууму, сохраняют инвариантными пространственно-временной интервал. Таким образом, преобразования и специальная теория относительности расширяются на сверхсветовую область пространства-времени Минковского. Автор считает, что это может оказаться полезным при теоретическом изучении свойств тахионов, а также изучении явления квантовой запутанности частиц, при которой, как известно, предполагается мгновенное распространение информации.
Ключевые слова: специальная теория относительности, преобразования Лоренца, минус-преобразования, принцип относительности, Минковский, пространство-время, тахион.

Abstract
The article proposes new minus-transformations of space and time coordinates for the superluminal region of Minkowski spacetime. According to the methods of their derivation demonstrated by A. Einstein, as well as those generally accepted in the theory of relativity, these transformations are identical in nature to the derivation of Lorentz transformations for the subluminal region of the same spacetime. The transformations form a group and, therefore, conform to the principle of relativity and the principle of the constancy of the speed of light in vacuum, while preserving the invariance of the spacetime interval. Consequently, the transformations and the Special Theory of Relativity are extended to the superluminal region of Minkowski spacetime. The author believes that this may prove useful in the theoretical study of tachyon properties, as well as in the study of quantum entanglement phenomena, in which, as is well known, instantaneous information propagation is assumed.
Keywords: Special theory of relativity, Lorentz transformations, minus-transformations, principle of relativity, Minkowski, spacetime, tachyon.

После того как А. Эйнштейн в своих всем известных первых работах по специальной теории относительности, например [1], по сути декларировал невозможность движения со скоростью, превышающей скорость света, советский физик Л.Я. Штрум (Strum L.) был, по-видимому, первым, кто в работах 1921-30 гг. показал, что возможность скоростей, превышающих скорость света, не противоречит специальной теории относительности, потому что в рамках теории относительности сигнал может распространяться со скоростью, превышающей скорость света, без нарушения закона причинности [2].

Сомиглиана (Somigliana C.), видимо впервые среди физиков, еще в 1922 г. получил [3] вещественное сверхсветовое преобразование с лоренц-фактором вида $1/\sqrt{\lambda^2-1}$, где $\lambda>1$, для метрики $(1,\ 1,\ 1,-1)$. Причем автор уже тогда определил, что это преобразование, образует группу. Таким образом, групповые свойства сверхсветовых преобразований были открыты уже в 1922 г.

Советский физик Терлецкий Я.П. в 1960 г. исследует [4] принцип причинности в его сопоставлении со вторым началом термодинамики и дает идею сверхсветовой частицы с мнимой массой покоя, что позволяет, пожалуй, единственным на то время способом, легитимизировать в физике сверхсветовое движение материи как таковое. В дальнейших работах он получает сверхсветовой лоренц-фактор вида $1/\sqrt{\left(u^2/c^2\right)-1}$, при котором, вкупе с мнимой массой покоя частицы, ее движение получается вещественным, что трактуется как реальность таких частиц.

Американские физики Bilaniuk O.M.P., Deshpande V.K., Sudarshan E.C.G. в широко известной работе [5] 1962 г. также приходят к выводу о мнимости массы сверхсветовой частицы.

Джонс P.T. (Jones R.T.) в работе [6] 1963 г. впервые приходит к выводу, что скорость света проявляет себя как сингулярная скорость, но не как верхний предел скорости, а также, что существует раздел теории для скоростей, превышающих скорость света.

Американский физик Фейнберг (Feinberg G.) в работе [7] 1967 г., следуя Терлецкому Я.П., также вводит мнимую массу для сверхсветовых частиц, которые он впервые в физике называет тахионами, получает сверхсветовой лоренц-фактор вида $1/\sqrt{\left(v^2/c^2\right)-1}$ и основное уравнение релятивистской динамики в случае сверхсветового движения.

Маривалла (Mariwalla K.H.) в работе [8], повторяя работы предшественников, приводит сверхсветовой лоренц-фактор вида $1/\sqrt{\left(v^2/c^2\right)-1}$ и основное уравнение релятивистской динамики в случае сверхсветового движения.

Физики Bilaniuk O.M.P., Sudarshan E.C.G. в работе [9] приходят к выводу, что «теория Эйнштейна никоим образом не исключает существования сверхсветовых частиц. Напротив, именно его теория и наводит на мысль о возможности существования подобных частиц».

Паркер (Parker L.) в работе [10] впервые в физике вводит понятие расширенного принципа относительности, то есть, принципа относительности, расширенного на сверхсветовые системы отсчета. Автор находит релятивистский сверхсветовой лоренц-фактор в виде $1/\left[\left(v/c\right)^2-1\right]^{\frac{1}{2}}$, утверждает, что тахионы имеют свойства обычных частиц, включая действительную собственную массу, а также записывает уравнения для импульса и энергии сверхсветового объекта относительно до световой ИСО.

Гилсон (Gilson J.G.) в работе [11] 1968 года впервые в физике правильную форму релятивистского множителя в мнимой форме $\gamma=-i\beta$, где $\beta=\left(u^2/c^2-1\right)^{-1/2}$. То есть, автор впервые в физике получил важную составную часть настоящих сверхсветовых преобразований. Однако автор не нашел, что мнимые сверхсветовые преобразования с лоренц-фактором $\gamma=-i\beta$ для интервала вида ds_{II} могут иметь еще и вещественную форму (наши

минус-преобразования), получаемую стандартным путем наряду с известными преобразованиями Лоренца.

Рачман (Rachman A.), Дутелл (Dutheil R.) в работе [12] отмечают, что теория относительности не исключает существования сверхсветовых частиц и приводят преобразования Лоренца для таких частиц с использованием релятивистского мнимого лоренц-фактора вида $1/i\sqrt{\beta^2-1}$. Таким образом, авторы получили правильные сверхсветовые преобразования в мнимой форме уже в 1973 г. Отсюда авторам остается сделать один шаг для получения наших минус-преобразований и в вещественной форме, но авторы этот шаг не делают.

Итальянские физики Реками (Recami E.) и Миньяни (Mignani R.) в работе [13] предложили релятивистский лоренц-фактор вида $1/\sqrt{|1-\beta^2|}$, где $\beta = u/c$, пригодный для любых (суб- и сверхсветовых) скоростей u ¤ c. В дальнейшем Э. Реками на этой основе построил свою известную теорию сверхсветовых частиц.

Попытки получить сверхсветовые преобразования Лоренца осуществляются и в настоящее время. Так Damski B.S. в работе [14] рассматривает наиболее общую форму преобразования Лоренца в пространстве-времени размерности 1+1, уделяя особое внимание его сверхсветовым ветвям. Авторы работы [15] разрабатывают расширение специальной теории относительности на сверхсветовые движения. Авторы работы [16] предлагают соотношения между двумя инерциальными системами отсчёта, в которых относительная скорость превышает скорость света, и обсуждают необходимые условия для обнаружения сверхсветовых частиц в физическом мире.

В работе [17] в контексте физики сверхсветовых скоростей рассматриваются последние достижения, в том числе основные теоретические разработки в области специальной и общей теории относительности (СТО и ОТО), предложены коэффициенты преобразования для сверхсветовых частиц, проведён анализ с использованием уравнения Клейна — Гордона, которое является релятивистским уравнением энергии-импульса для тахионов. Были проанализированы некоторые экспериментальные доказательства существования тахионов, полученные в ходе наблюдений за GRS 1915+105, SN 1987A, GRB 030329, GW 170817 и т.д.

В работе [18] представлены линейные преобразования координат в сверхсветовую инерциальную систему отсчёта. В работе [19] пересматриваются известные преобразования Лоренца и вводится другой лоренц-фактор для преобразований координат пространства и времени. Этот лоренц-фактор также инвариантен в пространстве-времени Минковского, то есть симметрично сохраняет пространственно-временные интервалы.

В работе [20] показано, что существует обобщенное преобразование Лоренца (GLT) для пространственноподобного интервала. Основываясь на квантовой запутанности как новом пятом взаимодействии, исследуется простая сверхсветовая запутанная связь.

В работе [21] авторами предложены новые соотношения между двумя инерциальными системами отсчёта, относительная скорость между которыми превышает скорость света, и обсуждены необходимые условия для обнаружения частиц, движущихся быстрее скорости света, в физическом мире. В работе [22] выведено преобразование Лоренца между инерциальными системами отсчёта, движущимися в 2 + 2-мерном пространственно-временном континууме, состоящем из двух пространственных и двух временных координат.

Автор работы [23] на основе полной специальной теории относительности, включающей обобщённое преобразование Лоренца (GLT) и сверхсветовые скорости в пространственноподобном интервале, исследует противоречие между принципом неопределённости в квантовой механике и строгой классификацией времениподобных и пространственноподобных интервалов в специальной теории относительности. Автор выводит новые преобразования Лоренца и GLT для очень малых пространств и времен и исследует возможность объединения квантовой теории и специальной теории относительности.

Все эти модификации преобразований Лоренца для сверхсветовых движений оказались в той или иной степени неудовлетворительными по разным причинам, подвергались критике и потому общепринятого решения на этот счет в теории специальной относительности не существует до сих пор. Однако в каждой из выше приведенных работ имеются свои рациональные элементы, которые приближают нас к поиску истины.

Литература 1960 – 1990 гг. и по настоящее время с теоретическими разработками в области сверхсветовых движений обширна. В этом кратком введении мы не можем останавливаться на всех этих работах.

Отметим только, что во всех этих работах, никто из авторов новый релятивистский лоренц-фактор вида $-1\Big/\sqrt{1-\left(v^2/c^2\right)}=-i\Big/\sqrt{\left(v^2/c^2\right)-1}$ наряду с известным обычным лоренц-фактором не получал, и уж тем более не выводил связанные с этим новым лоренц-фактором преобразования как еще один результат вывода преобразованиями Лоренца.

Помимо поисков обобщений преобразований Лоренца на сверхсветовые движения в большом количестве современных статей рассматриваются сверхсветовые движения в разных областях физики. Например, в таких разделах физики как релятивистская квантовая информация, нелинейная квантовая динамика, теория электромагнетизма, квантовой теории, физике фотонного туннелирования, физики лазеров, инфракрасной физики, теории квантового коллапса. Даже краткий обзор такой литературы выходит за пределы нашего исследования.

Приведенные примеры показывают, что вопросы исследования сверхсветовых движений и по сей день актуальны в самых разных разделах физики. Этим предопределяется и актуальность нашей работы. Ибо если полученные нами здесь результаты окажутся хотя бы в некоторой степени приближением к истине, то это может способствовать прояснению ситуации и в других областях физики.

Цель этой работы заключается в получении новых релятивистских преобразований координат пространства и времени для сверхсветовой области пространства Минковского, соответствующих требованиям теории групп, принципам специальной теории относительности. Это позволит расширить специальную теорию относительности и применить ее для описания объектов, движущихся со скоростями, превышающими скорость света в вакууме, в разных областях физики.

Получение сверхсветовых минус-преобразований

Пусть мы имеем известные формулы преобразований Лоренца специальной теории относительности:

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\quad t'=\frac{t-\left(v/c^2\right)x}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{1}$$

Здесь x' и t' координаты пространственная в направлении движения и временная для движущейся ИСО, x и t - они же для неподвижной ИСО, v - скорость движения систем отсчета друг относительно друга, c - скорость света. Третье и четвертое уравнения для координат y и z мы не пишем, так как они нам здесь не понадобятся в дальнейших рассуждениях.

При скорости движения v большей, чем скорость света, то есть, для $v>c$ подкоренное выражение будет $1-v^2/c^2<0$, значит $\sqrt{1-v^2/c^2}$ будет мнимым.

Тогда мы можем записать, что при $v>c$ релятивистский радикал преобразуется так:

$$\sqrt{1-v^2/c^2}=i\sqrt{v^2/c^2-1}, \tag{2}$$

где запись справа получается простым вынесением (-1) за знак корня.

Тогда формулы (1) при $v > c$ получаются мнимыми:

$$x' = -i\frac{x - vt}{\sqrt{v^2/c^2 - 1}}, \quad t' = -i\frac{t - \left(v/c^2\right)x}{\sqrt{v^2/c^2 - 1}}, \tag{3}$$

где применено известное соотношение $1/i = -i$.

Если правые части уравнений (3) теперь дополнительно умножить и разделить на мнимую единицу *i*, то мы получим субсветовые преобразования Лоренца. Обратно, если правые части первых двух уравнений (1) умножить на i^2 и учесть соотношение $1/i = -i$, то мы получим сверхсветовые минус-преобразования. Таким образом, сверхсветовое преобразование получается из до светового преобразования Лоренца простым умножением последнего на минус единицу, которая, собственно, и есть i^2. Это примечательно, так как преобразования, описываемые уравнениями (1), но взятыми со знаком минус в их правой части, как оказывается могут быть получены и при обычном выводе преобразований Лоренца.

Обратившись к основополагающей работе [1, с. 18] А. Эйнштейна, мы увидим, что рассматриваемые нами минус-преобразования могли быть получены автором еще в 1905 году. Действительно, в этой работе при получении преобразований Лоренца автор определяет, что

«*… преобразование из K в K′ должно быть тождественным преобразованием. Следовательно,* $\varphi(v)\varphi(-v) = 1$».

Выясняя далее физический смысл функции $\varphi(v)$, автор находит, что $\varphi(v) = \varphi(-v)$ и потому $\varphi(v) = 1$, так что теперь найденные им ранее формулы преобразования переходят в следующие:

$$\tau = \beta\left(t - \frac{v}{V^2}x\right), \quad \xi = \beta(x - vt), \quad \eta = y, \; \zeta = z. \tag{4}$$

где $\beta = 1/\sqrt{1 - v^2/V^2}$ и V есть скорость света в вакууме.

Из текста автора ясно, что если $\varphi(v)\varphi(-v) = 1$ и $\varphi(v) = \varphi(-v)$, то мы можем записать $\varphi(v)^2 = 1$. Следовательно, извлекая корень квадратный в последнем уравнении, автор и получает искомые $\varphi(v) = 1$. Но, вообще говоря, уравнению $\varphi(v)^2 = 1$ соответствует не только решение $\varphi(v) = 1$, но также и решение $\varphi(v) = -1$. Это означает, что если не отбрасывать это второе решение, то тогда помимо найденных А. Эйнштейном преобразований Лоренца (4), должны иметь место и преобразования вида:

$$\tau = -\beta\left(t - \frac{v}{V^2}x\right), \quad \xi = -\beta(x - vt). \tag{5}$$

Отметим, что могут возникнуть сомнения, не противоречит ли решение $\varphi(v) = -1$ физическому смыслу параметра $\varphi(v)$ как параметра, характеризующего изменение длины поперечного жесткого стержня при наблюдении из движущейся системы отсчета. То есть, стержня, расположенного перпендикулярно направлению его движения. Поэтому обратимся еще раз к работе [1, с. 18] А. Эйнштейна и рассмотрим этот вопрос более подробно.

Как уже указывалось, в этой работе автор получает уравнение $\phi(v)\,\phi(-v) = 1$. Далее принимая для перпендикулярного стержня, что его длина в этом направлении равна ℓ, для поперечной к направлению движения стержня координаты у Эйнштейн получает уравнение $y = \ell/\phi(v)$, где понятно, что функцию $\phi(v)$ он принимает положительной. Далее он отмечает, что длина движущегося стержня, измеренная в покоящейся системе, не изменяется, если v заменить на -v, откуда получает уравнение $\ell/\phi(v) = \ell/\phi(-v)$. Откуда следует, что $\phi(v) = \phi(-v)$. Тогда исходное уравнение $\phi(v)\,\phi(-v) = 1$ может быть записано как в виде

ϕ(v)^2 = 1, так и в виде ϕ(-v)^2 =1, что означает возможность √ϕ(v)^2 = √ϕ(-v)^2 = ±1. Эйнштейн принимает ϕ(v) = ϕ(-v) = +1.

Посмотрим теперь, противоречит ли выявленная нами в статье возможность

√ϕ(v)^2 = √ϕ(-v)^2 = -1 и далее ϕ(v) = ϕ(-v) = -1 рассуждениям А. Эйнштейна. Если предположить априорно, что ϕ(v) = -1, то для длины ℓ перпендикулярного стержня имеем координату y = ℓ/-ϕ(v), или координату y = ℓ/-ϕ(-v) для противоположной скорости. Отсюда получаем далее, что ℓ/-ϕ(v) = ℓ/-ϕ(-v). Сокращая минусы, или, что то же самое, умножая последнее уравнение на (-1), получим уравнение Эйнштейна ℓ/ϕ(v) = ℓ/ϕ(-v). Или, не сокращая на минусы, сразу записываем -ϕ(v) = -ϕ(-v), что не противоречит рассуждениям Эйнштейна, ибо уравнения -ϕ(v) = -ϕ(-v) и ϕ(v) = ϕ(-v), по сути, тождественны друг другу. Эта их тождественность означает, что уравнение -ϕ(v) = -ϕ(-v) также вполне укладывается в рассуждения Эйнштейна, как и уравнение ϕ(v) = ϕ(-v).

Таким образом, физический смысл функции ϕ(v), не изменяется от того, что мы априорно приняли ее равной -ϕ(v). Как было у Эйнштейна, что ϕ(v) соответствует изменению длины поперечного жесткого стержня при наблюдении из движущейся системы отсчета, так и осталось у нас для -ϕ(v). Поэтому функция ϕ(v) может быть как положительной, так и отрицательной. При этом физический смысл длины перпендикулярного стержня не зависит от знака (плюс, или минус) функции ϕ(v), а зависит только от величины скорости v, как и указывал Эйнштейн.

Замещая в формулах (5) минус единицу на квадрат мнимой единицы i^2 и учитывая, что одна из величин i может быть переведена в знаменатель по формуле $i = -1/i$, а также учитывая формулу (2) и переходя от эйнштейнового стиля записи к современному, в результате мы получим формулы (3) минус-преобразований.

Таким образом, мы имеем как вещественную, так и мнимую формы минус-преобразований для сверхсветовой области пространства-времени Минковского:

$$t' = -\beta\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) = -i\frac{t - \left(v/c^2\right)x}{\sqrt{v^2/c^2 - 1}}, \quad x' = -\beta\left(x - vt\right) = -i\frac{x - vt}{\sqrt{v^2/c^2 - 1}}, \qquad (6)$$

где $\beta = 1/\sqrt{1 - v^2/V^2}$ и c есть скорость света в вакууме.

Преобразования, обратные к преобразованиям (6):

$$t = -\frac{t' + \left(v/c^2\right)x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = -i\frac{t' + \left(v/c^2\right)x'}{\sqrt{v^2/c^2 - 1}}, \quad (7) \qquad x = -\frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = -i\frac{x' + vt'}{\sqrt{v^2/c^2 - 1}}. \qquad (8)$$

Заметим, что сверхсветовые минус-преобразования также могут быть получены [25, с. 165-185; 26, с. 44-7] и современными методами, общепринятыми в специальной теории относительности, так как это сделано, например, для преобразований Лоренца в учебнике [24, с. 51-55, 58-60].

О групповых свойствах сверхсветовых минус-преобразований

Проверку групповых свойств сверхсветовых минус-преобразований можно проводить как для их вещественной, так и для мнимой формы. Их групповые свойства будут доказаны, если будет доказано, что

Результат двух последовательных минус-преобразований, матрицы которых есть L^-_1 и L^-_2, будет представлять собой также минус-преобразование с матрицей L^-_3, равной $L^-_3 = L^-_1 L^-_2$. (Это свойство представляет собою основное свойство группы).

Результат трех последовательно проведенных минус-преобразований не зависит от

последовательности их выполнения, то есть, что произведение их матриц подчиняется закону: $(L^-_1\ L^-_2)\,L^-_3 = L^-_1\,(L^-_2\ L^-_3)$. Таким образом, должен выполняться закон *ассоциативности умножения*.

3. Матрицы минус-преобразований имеют *единичный* и *обратный* элементы.

Полное подробное доказательство групповых свойств сверхсветовых минус-преобразований было проведено в работах [25, с. 48-78;] [26, с. 12-27]. Это достаточно объемный материал, и потому повторять здесь его во всей полноте не будем. Однако доказательство содержит интересную особенность, вызванную необходимостью модернизировать понятие произведения элементов группы. Ее и обсудим.

Покажем, что $L^-_3 = L^-_1\ L^-_2$ есть также матрица минус-преобразования. Уравнения (6) в вещественной форме могут быть представлены (равным образом и уравнения (7) и (8)) в виде:

$$x' = \frac{-x}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + \frac{vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \qquad t' = \frac{\left(v/c^2\right)x}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + \frac{-t}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

Тогда, если мы имеем два последовательных минус-преобразования, то их матрицы L^-_1 и L^-_2 имеют следующий вид:

$$L^-_1 = \begin{pmatrix} \dfrac{-1}{\sqrt{1-v_1^2/c^2}} & \dfrac{v_1}{\sqrt{1-v_1^2/c^2}} \\ \dfrac{v_1/c^2}{\sqrt{1-v_1^2/c^2}} & \dfrac{-1}{\sqrt{1-v_1^2/c^2}} \end{pmatrix}, \qquad L^-_2 = \begin{pmatrix} \dfrac{-1}{\sqrt{1-v_2^2/c^2}} & \dfrac{v_2}{\sqrt{1-v_2^2/c^2}} \\ \dfrac{v_2/c^2}{\sqrt{1-v_2^2/c^2}} & \dfrac{-1}{\sqrt{1-v_2^2/c^2}} \end{pmatrix}. \qquad (9)$$

Если осуществить теперь произведение матриц $L^-_1\ L^-_2$, то мы увидим, что элементы итоговой матрицы L^-_3 получились точно такими же, как и при выводе обычных плюс преобразований L^+_3 Лоренца. То есть, получили итоговое минус-преобразование L^-_3 по форме такое же, как и исходные минус-преобразования L^-_1 и L^-_2, но только взятое со знаком «+», а не «-». В принципе таковой результат понятен, ибо мы фактически умножили друг на друга четное число преобразований (два), взятых оба со знаком минус. В результате и получили итоговое преобразование со знаком плюс. Поэтому у нас и получилось, что $L^-_3 = L^-_1\ L^-_2 = L^+_3$, где L^+_3 есть общеизвестное (плюс)- преобразование Лоренца.

Однако, такой результат не может нас удовлетворить, ибо не выполняется первое из требований, предъявляемое к преобразованиям, чтобы они образовывали группу. И, кроме того, результат произведения двух матриц сверхсветового движения не может быть матрицей до светового движения. Если кто-то в качестве опровержения последнего утверждения захочет привести пример с известным релятивистским законом умножения двух сверхсветовых скоростей результатом которого является субсветовая скорость, то мы должны заметить, что этот закон неприменим для умножения двух сверхсветовых скоростей, ибо для их умножения надо использовать закон умножения сверхсветовых скоростей, открытый [8, с. 1281] еще в 1969 г. Mariwalla K.H.

Следовательно, обычная трактовка произведения двух матриц, применяемая для до световой области v < c, в области сверхсветового движения v > c должна быть изменена. По правилам теории групп понятие произведения для совокупности элементов, претендующей на то, чтобы быть группой, может быть любым, то есть, может задаваться исследователем, равно как и сами элементы группы могут составлять любой их набор (см., например, работу [6, с. 278]. Главное, чтобы этот вид произведения был единым для всех элементов группы. Поэтому, опираясь на эту возможность, предоставляемую теорией групп, мы вольны в том,

чтобы определить произведение элементов для сверхсветовой области движений иначе, чем для до световой области.

Мы видим, что элементы итоговой матрицы L^{-}_{3} будут соответствовать сверхсветовой области движений, если эту матрицу умножить на (-1). Тогда итоговая матрица $(-1)L^{+}_{3}$ будет соответствовать сверхсветовому минус-преобразованию. Это означает, что для сверхсветовой области движений мы должны переопределить произведение ее элементов следующим образом:

$$L^{-}_{3} = (-1)L^{+}_{3} = -\left(L^{-}_{1} \cdot L^{-}_{2}\right), \text{ то есть } L^{-}_{3} = -\left(L^{-}_{1} \cdot L^{-}_{2}\right).$$

Модернизируя так произведение для группы, мы получаем для итоговой матрицы:

$$L^{-}_{3} = -\begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{1 - v_3^2 / c^2}}; & \dfrac{-v_3}{\sqrt{1 - v_3^2 / c^2}} \\ \dfrac{-v_3 / c^2}{\sqrt{1 - v_3^2 / c^2}}; & \dfrac{1}{\sqrt{1 - v_3^2 / c^2}} \end{pmatrix}. \qquad (10)$$

Это соответствует виду сверхсветовых преобразований, как вообще-то изначально нами и ожидалось. Результату умножения матрицы L^{+}_{3} на (-1) соответствует результат умножения слева матрицы L^{+}_{3} на отрицательную единичную матрицу $I^{-} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Итак, оказывается, что $L^{-}_{3} = I^{-}\left(L^{-}_{1} \cdot L^{-}_{2}\right)$.

Как итог, мы получили, что если мы переопределяем произведение матриц двух минус-преобразований Лоренца таким образом, что

произведение матриц двух минус-преобразований Лоренца есть произведение этих матриц, до множенное слева на минус-единичную матрицу,

то получаем, во-первых, что

результат умножения двух минус-преобразований также будет минус-преобразованием,

во-вторых, что

если указанным образом переопределить произведение минус-матриц, то соответствующие им минус-преобразования могут составить группу преобразований,

и, в-третьих, что

Первое и основное *необходимое требование*, предъявляемое теорией групп к набору преобразований, с тем чтобы они составляли группу, *оказывается выполненным.*

Мы проверили выполнение первого требования для *сверхсветовых преобразований*, записанных в *вещественной* форме (т.е. для *минус-преобразований*).

Но сверхсветовые преобразования могут быть записаны также и в указанной выше *мнимой* форме. Поскольку сверхсветовые преобразования в мнимой форме есть простое алгебраическое следствие из формул для вещественной формы тех же преобразований, и наоборот, то полученный нами результат о соответствии минус-преобразований первому из требований, предъявляемых к группе, полностью соответствует также и для мнимых преобразований (также с учетом переопределения произведения их матриц). Каждый может проверить это соответствующими математическим выкладками.

Правило умножения матриц минус-преобразований было выше переопределено для двух последовательно проведенных минус-преобразований. Обобщение этого правила на случай произвольного числа минус-преобразований приведено далее.

Обобщение правила умножения матриц минус-преобразования на случай произвольного их числа

Мы, по существу, ввели правило матричного умножения для двух минус-преобразований, но, вообще говоря, их число может быть произвольным. Поэтому правило матричного умножения минус-преобразований надо так модернизировать, чтобы оно соответствовало любой их произвольной совокупности.

Тогда, когда мы выполняем последовательно два минус-преобразования и вообще *четное число* этих преобразований, то минусы, будучи умноженными друг на друга четное число раз, дадут нам в результате плюс, что нежелательно, так как в этом случае итоговое преобразование не будет являться минус-преобразованием. Это будет общеизвестное плюс-преобразование Лоренца, лежащее вне рассматриваемой группы преобразований. Чтобы результат умножения был также минус-преобразованием, необходимо этот результат, полученный для четного числа преобразований, умножить на минус-единичную матрицу $I^- = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, соответствующую, как только что было показано выше, минус-единичному преобразованию.

То есть, для четного числа преобразований произведение их матриц надо записывать так:

$$L^- = I^- \left(L^-_1 \cdot \ldots \cdot L^-_n \right), \text{ где } n \text{ – четное число.}$$

Если же число минус преобразований *не четно*, то результат и так всегда будет минус-преобразованием, без дополнительного умножения на минус-единичную матрицу, каковое, кстати, если будет выполнено и в этом случае, то выведет результат произведения за пределы группы минус-преобразований, так как окончательный результат все-таки станет опять плюс-преобразованием Лоренца.

Поэтому в случае не четного числа последовательно проводимых минус-преобразований результат нельзя умножать на минус-единичную матрицу, но, с другой стороны, требуется сохранить дух и букву переопределения произведения для минус-преобразований. Ибо оно не может для четного числа преобразований быть переопределенным, а для нечетного их числа таковым не быть вовсе.

В связи с этим для случая не четного числа последовательно проводимых минус-преобразований результат можно формально считать до множенным на плюс-единичную матрицу $I^+ = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, соответствующую плюс-единичному преобразованию. Это не будет выводить конечный результат за пределы группы минус-преобразований, ибо, плюс-единичное преобразование имеет физический смысл перехода от сверхсветовой системы отсчета в сопутствующую ей, то есть также принадлежит группе минус-преобразований. Это подробно показано в работе [25].

Итак, для не четного числа рассматриваемых преобразований произведение их матриц следует записывать так: $L^- = I^- \left(L^-_1 \cdot \ldots \cdot L^-_{n-1} \right)$, где n – четное число.

Обобщая все вышесказанное, можно предложить следующую запись для произведения матриц последовательно проводимых минус-преобразований для случая произвольного n их числа:

$$L^- = \mathrm{I} = \left(L^-_1 \cdot \ldots \cdot L^-_n \right), \tag{11}$$

где n – есть общее произвольное целое число выполняемых последовательно минус-преобразований Лоренца, и

$$\mathrm{I} = \equiv \left(I^- \right)^{n-1}. \tag{12}$$

Нетрудно убедиться, что как при четном, так и при не четном числе преобразований, результат всегда будет минус-преобразованием. При n четном минус-единичная матрица будет возведена в степень нечетное число раз, а при n не четном – четное число раз, что как раз и обеспечивает нужное изменение знака произведения минус-единичных матриц.

Понятно, что это правило влечет за собой следующее *обобщение понятия группового произведения минус-преобразований* для случая произвольного их числа: *произведение матриц произвольного числа n минус-преобразований есть произведение этих матриц, до множенное слева на минус-единичную матрицу в степени (n – 1).*

Таким образом, группа сверхсветовых вещественных минус-преобразований включает в себя особый элемент группы $\mathrm{I} = \equiv \left(I^{-}\right)^{n-1}$, который используется при выполнении произведения матриц этих преобразований. Мы переопределили правило умножения в группе для минус-преобразований, взятых в вещественной форме.

В случае записи *n* произведений $iL^{-} = \mathrm{I}\left(iL^{-}_{1} \cdot \ldots \cdot iL^{-}_{n}\right)$ минус-преобразований (где все также $\mathrm{I} = \equiv \left(I^{-}\right)^{n-1}$), взятых в мнимой форме iL^{-} и т.д., вместо уравнения (11) для минус-преобразований в вещественной форме, новое правило умножения в группе (12) сохраняется просто в силу того, что минус-преобразование в мнимой форме получается из минус-преобразования в вещественной форме простыми алгебраическими преобразованиями.

Доказательство соблюдения закона ассоциативности умножения, а также и доказательство существования <u>*единичного*</u> и <u>*обратного*</u> элементов группы минус-преобразований приведены в работах [25, с. 61-78; 26, с. 18-27].

Дополнительно отметим только, что в зависимости от четности или нечетности числа *n* элемент группы I представляет собой либо плюс-единичный, либо минус-единичный элемент той же группы [25, с. 72-74]. Это означает, что группа сверхсветовых минус преобразований имеет два единичных элемента, положительный и отрицательный.

Итак, в отношении совокупности сверхсветовых минус-преобразований выяснено, что они образуют группу преобразований.

Общие выводы

Вывод о том, что сверхсветовые преобразования образуют группу, предопределяет все остальные существенные особенности этих преобразований. Выполнение требований теории групп немедленно означает следующее (см. работу [27, с. 278])

Квадратичная форма при переходе от одной системы отсчета к другой *остается инвариантной* и при сверхсветовых движениях;

Принцип относительности выполняется и при сверхсветовых движениях инерциальных систем отсчета;

Принцип постоянства скорости света также *выполняется* при сверхсветовых движениях.

Отметим, что выполнение принципа постоянства скорости света по вакууму для сверхсветовой области пространства-времени Минковского, а также инвариантность квадратичной формы, может быть проверено также независимым от теории групп образом применением метода А. Эйнштейна, изложенным им в работе [1, с. 17].

Таким образом, оказывается, что *сверхсветовое движение* материальных объектов *физико-математически* может быть вполне *определенным*, то есть может *соответствовать физической реальности*. Если таковая будет когда-либо экспериментально обнаружена.

Литература

1. Эйнштейн А. Теория относительности. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». – 2000. – 224 с.
2. Kragh H. Tachyons before tachyons: Lev Strum (1890-1936) and superluminal velocities // The European Physical Journal. – 2025. – Vol. 50, №9. – P. 1-25.
3. Somigliana C. Sulla trasformazione di Lorentz // Rendiconti delle sedute della reale Accademia Nazionale dei Lincei, Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. – 1922. Ser.5: Vol.31: Fascicolo 10, Seduta del 21 maggio 1922, sem.1. Memorie e Note di Soci 53. – P. 409-414.
4. Терлецкий Я.П. Принцип причинности и второе начало термодинамики // Доклады Академии Наук СССР. – 1960. – Т. 133. №2. – С. 329-332.
5. Bilaniuk O.M.P., Deshpande V.K., Sudarshan E.C.G. «Meta» Relativity // American Journal of Physics. – 1962, Vol. 30. №10. – P. 718-723.
6. Jones R.T. Conformal coordinates associated with space-like motions // Journal of the Franklin Institute. – 1963. Vol. 275, №1. – P. 24-45.
7. Feinberg G. On the Possibility of Faster than Light Particles. Phys. Rev., 1967. Vol.159, P.1089. – (перевод Е.И. Волкова и В.П. Шевелько). В книге «Эйнштейновский сборник. 1973». – М.: Наука. – 1974. – С. 134-177.
8. Mariwalla K.H. On Tachyon Lorentz Transformation // American Journal of Physics. – 1969. – №37. – P. 1281.
9. Bilaniuk O.M.P., Sudarshan E.C.G. Particles Beyond the Light Barrier, Physics Today, May 1969, Vol.22, №5, P.43-51. – (перевод А.М. Урнова). В книге «Эйнштейновский сборник. 1973». – М.: Наука. – 1974. – С. 190-214.
10. Parker L. Faster-Than-Light Intertial Frames and Tachyons // Physical Review. – 1969. Vol. 188. – P. 2287-2292.
11. Gilson J.G. Through the Light Barrier // The Mathematical Gazette. – 1968. Vol. 52, Issue 380. – P. 162-164.
12. Rachman A. Dutheil R. On a Lorentz transformation related to the dynamics of tachyons. – I // Lettere Al Nuovo Cimento (1971-1985). – 1973. Vol. 8, №10. – P. 611-617.
13. Recami E., Mignani R. More about Lorentz transformations and tachyons: answer to the comments by Ramachandran, Tagare and Kolaskar. Lettere Nuovo Cimento. – 1972. Vol.4. P. 144-152.
14. Damski B.S. Lorentz Transformations in 1+1 Dimensional Spacetime: Mainly the Superluminal Case // Acta Physica Polonica A. – 2025. Vol. 148. – №1. – P.1-74.
15. Dragan A., Debski K., Charzynski S., Turzynski K., Ekert A. Relativity of superluminal observers in 1+3 spacetime ///Classical Quantum Gravity. – 2023. Vol. 20. №2. – P.1-14.
16. Srivastava V.K., Verma A.K., Vaish G. Generalised transformation relations for superluminal particles in (3+1) dimensional system // Indian Journal of Physic. – 2025. Vol. 99. – P. 1415-1426.
17. Srivastava V.K., Verma A.K., Vaish G., Upadhyay S. A review on extended special and general theory of relativity for superluminal particles and their cosmological applications // Zeitschrift fur Naturforschung A: Journal of Physical Sciences. – 2024. Vol. 80. №2. – P. 113-141.
18. Capezzali G. Superluminal Lorentz transformations. Physics Essays. 2021. Vol. 34. №1. P. 44-50.
19. Roldán D., Roldán-Aráuz F.A Transformation Factor for Superluminal Motion That Preserves Symmetrically the Spacetime Intervals // Symmetry. – 2023. Vol. 15(6) – P.1177-1191.
20. Yi-Fang Chang. Developments of Space-Time, Complete Special Relativity, and Superluminal Entangled Communication // Philosophy Study. – 2022. Vol. 12. – №7. P.365-371.
21. Srivastava V.K., Verma A.K., Vaish G. Generalised transformation relations for (1+1) dimensional motion of superluminal particles // Indian J. Phys. – 2025. Vol. 4. – P. 1415-1426.
22. Khadka C.B., Karki B. Theoretical Investigation of Lorentz Transformation of Relativistic Quantities in Two-Dimensional Spacetime Continuum // The Scientific World Journal. – 2025. Vol. 2025. Issue 1. – P.1-5.
23. Yi-Fang Chang. Superluminal, contradiction and unification between quantum theory and special relativity // International Journal of Physics and Applications. – 2022. Vol. 4. №1. – P. 17-22.